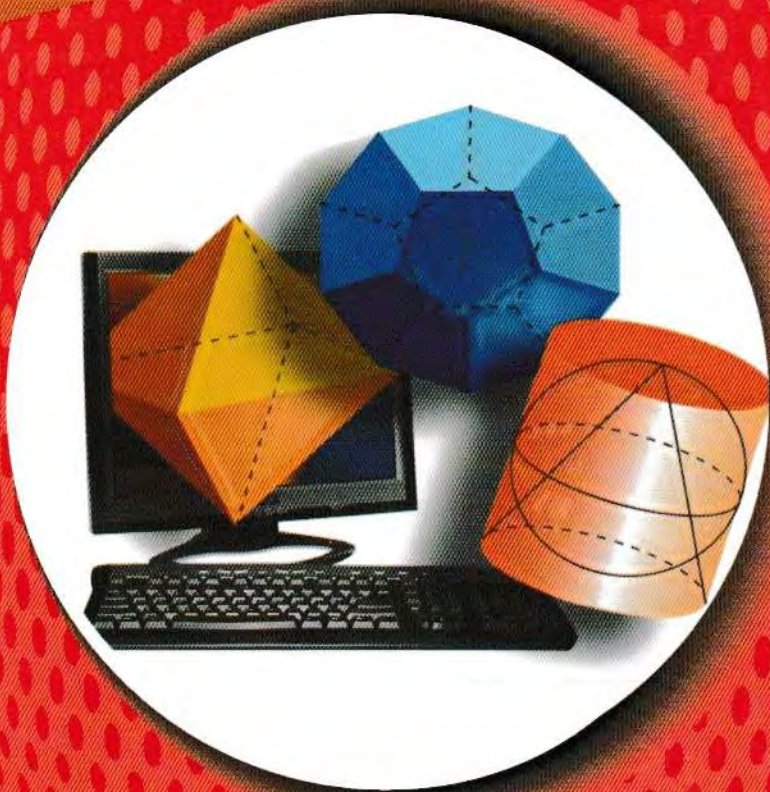


11

Cilindro - Cono

Teoría y Práctica

GEOMETRÍA



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Luis Lazo Gutierrez

FONDO EDITORIAL
ARODO

11

Cilindro - Cono

Teoría y Práctica

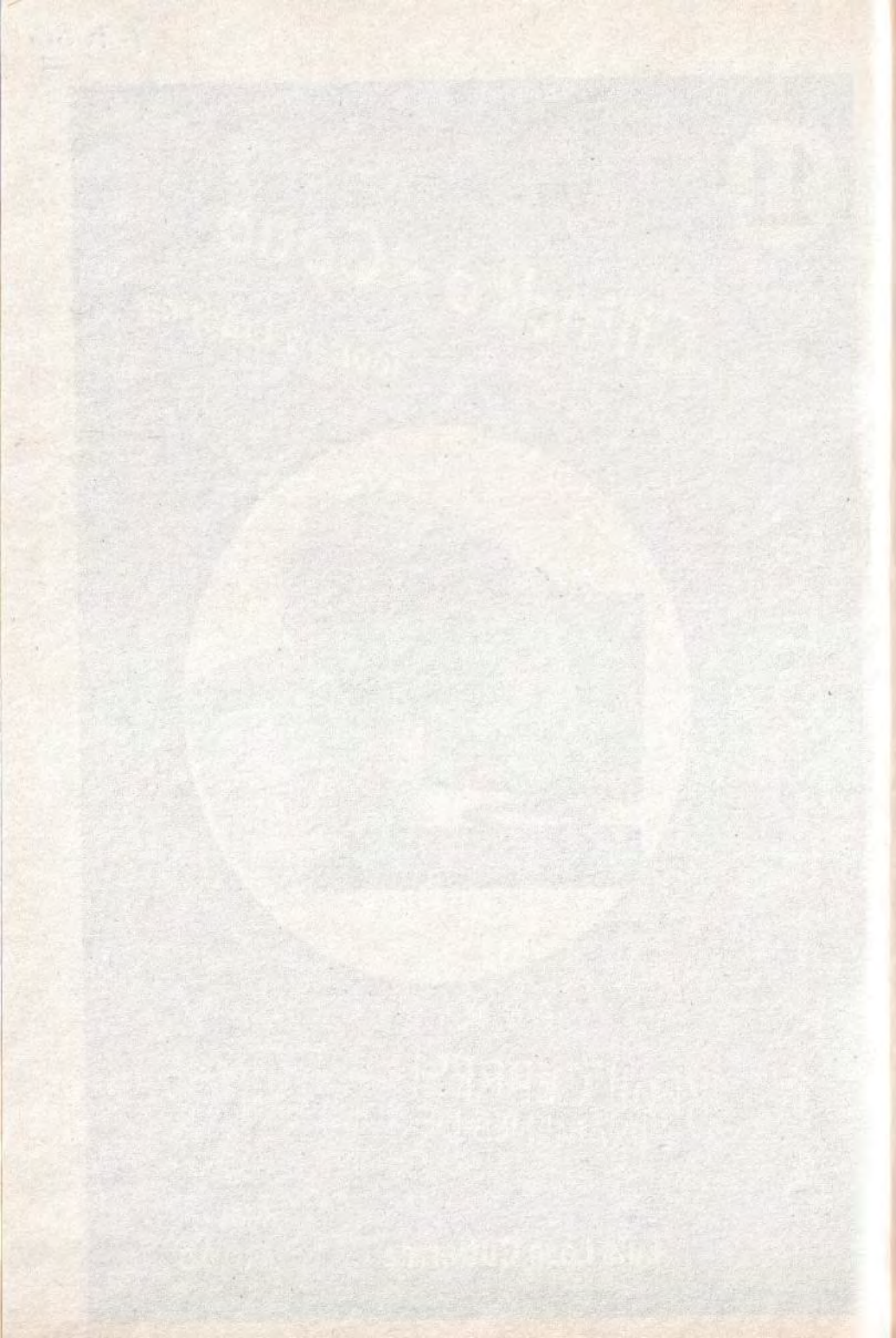
G
E
O
M
E
T
R
Í
A



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Luis Lazo Gutierrez

FONDO EDITORIAL
PRODO



PRESENTACIÓN

El **Fondo Editorial RODO** es un grupo educativo con formado por profesionales de experiencia que por muchos años vienen participando en el análisis y producción de textos acordes con las necesidades del sistema educativo. Conocedores de la realidad de nuestro educando que día a día nos muestra la interacción con ellos en las aulas de clase y poniendo de manifiesto nuestro compromiso como educadores hemos asumido el reto de contribuir a elevar el nivel académico de manera integral.

Continuando con la elaboración de nuestra colección con miras al ciclo académico 2015, en esta oportunidad presentamos el texto teórico - práctico denominado **TEMAS SELECTOS DE GEOMETRÍA**, desarrollado con la gran experiencia de nuestro grupo humano. Caracterizándolo así por el rigor y la exigencia académica, ya que abarca los temas y preguntas solicitadas según la currícula de los centros preuniversitarios de las universidades más importantes del país relacionados con el curso.

Esta obra es la continuación de nuestra serie de publicaciones, caracterizada por la calidad e innovación constatada en los miles de ingresantes que han tenido como apoyo nuestras colecciones, esperando los comentarios y sugerencias las cuales sabremos aceptar

La presente serie de boletines consta de una sección teórica, donde se muestra toda la teoría referente al capítulo o capítulos mostrados en el boletín, luego se determina una sección de 100 problemas resueltos por los autores clasificados por nivel de exigencia de menor a mayor dificultad, explicados de manera clara y sencilla que servirá tanto para alumnos que recién empiezan su camino a la universidad, como alumnos de nivel avanzado, dándole nuevas alternativas de solución, luego se cuenta con 100 problemas propuestos con sus respectivas claves para que el alumno mida su nivel de comprensión respecto al capítulo con problemas de igual exigencia que la sección anterior, por último se muestra una sección de exámenes de admisión del curso en mención, con soluciones explicadas de la mejor manera.

Fondo Editorial RODO
De: Walter Z. Benítez Nuñez.

CILINDRO - CONO



GEOMETRÍA - TEMA SELECTO 11, 1ra Edición

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, tampoco su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del copyright.

DERECHOS RESERVADOS © Setiembre 2015 por

FONDO EDITORIAL RODO

de Walter Z. Benitez Nuñez

Av. Venezuela 979 Of. 205 - Breña

LIMA 05, PERÚ ☎ 424 - 6350 📠 992 - 796104

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú
Nº: 2015 - 12438

EQUIPO PEDAGÓGICO

Luis Lazo Gutiérrez

DIAGRAMACIÓN, DIGITACIÓN Y GRÁFICOS

Claudia Gisell Llosa La Serna

José Miguel Gallo Ballena

IMPRESO EN PERÚ PRINTED IN PERÚ

Impreso en los Talleres Gráficos de **CORPORACIÓN PIANCASH S. A. C.**

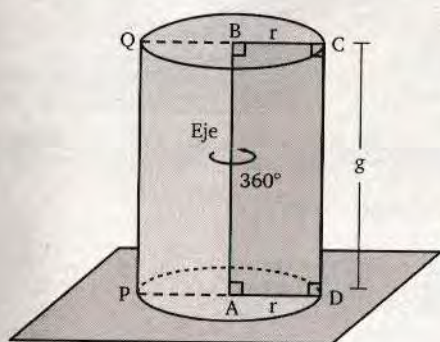
Jr. Chancay 446 Of. 112 - Lima 01

CILINDRO CIRCULAR RECTO O CILINDRO DE REVOLUCIÓN

Es el sólido generado por la rotación de una región rectangular alrededor de uno de sus lados. Si la región rectangular ABCD rota alrededor de su lado $\overline{AB}$, entonces genera el cilindro representado en la figura.

El lado AB del rectángulo generador es el eje del cilindro, el lado opuesto $\overline{CD}$ es la generatriz (al girar determina la superficie lateral del cilindro) y los lados $\overline{BC}$ y $\overline{AD}$, que generan en su movimiento las bases del cilindro (círculos congruentes), son los radios de las bases del cilindro.

Se llama altura de un cilindro a la distancia entre las bases. En el cilindro de revolución la altura es congruente con la generatriz.



$$S_{\text{LATERAL}} = 2\pi rg$$

$$S_{\text{TOTAL}} = 2\pi r(g + r)$$

$$V_{\text{CILINDRO}} = \pi r^2 g$$

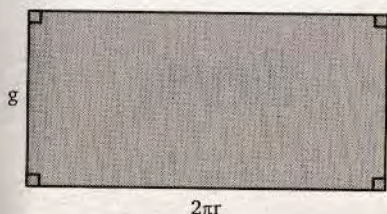
OBSERVACIÓN

La sección axial de un cilindro de revolución, es una sección que se obtiene en el cilindro por un plano que contiene al eje, en la figura es la región rectangular PQCD.

Un cilindro es equilátero si su sección axial está limitado por un cuadrado, o sea $g = 2r$

Se considera que el cilindro circular recto es el límite al cual tienden los prismas regulares cuando el número de lados de la base aumenta indefinidamente. Es por esta razón que las fórmulas utilizadas para calcular áreas y volumen en el cilindro tienen similitud con las fórmulas utilizadas en el prisma.

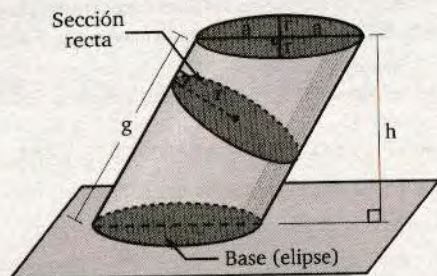
DESARROLLO DE LA SUPERFICIE LATERAL DE UN CILINDRO DE REVOLUCIÓN



El desarrollo de la superficie lateral de un cilindro de revolución es una región rectangular de modo que uno de sus lados es congruente con la altura del cilindro y el otro tiene una longitud igual a la longitud de la circunferencia de la base.

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 11**CILINDRO OBLICUO**

Es el sólido determinado al intersecar a un cilindro circular recto mediante dos planos paralelos (no paralelos a las bases) y secante a todas las generatrices. En un cilindro oblicuo las bases son regiones elípticas, las generatrices no son perpendiculares a las bases.



$$S_{\text{LATERAL}} = 2\pi rg$$

$$S_{\text{TOTAL}} = S_{\text{LAT}} + 2S_{\text{BASE}}$$

$$S_{\text{TOTAL}} = 2\pi rg + 2\pi ar$$

$$V_{\text{CILINDRO}} = \pi r^2 g = \pi ar \cdot h$$

OBSERVACIÓN

En la base el semieje menor (r) es igual al radio de la sección recta.



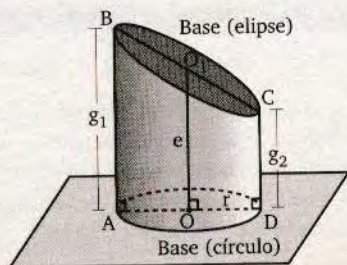
$$S_{\text{ELIPSE}} = \pi ar$$

Fórmula aproximada para calcular la longitud de la elipse "Le"

$$L_e \approx \pi(a + b) \approx \pi\sqrt{2(a^2 + b^2)}$$

TRONCO DE CILINDRO

Se llama tronco de cilindro recto u oblicuo a cada una de las partes en que queda dividido un cilindro cualquiera cuando se traza un plano secante a todas las generatrices del cilindro y no paralelo a las bases.

TRONCO DE CILINDRO RECTO

$$S_{\text{LATERAL}} = 2\pi re$$

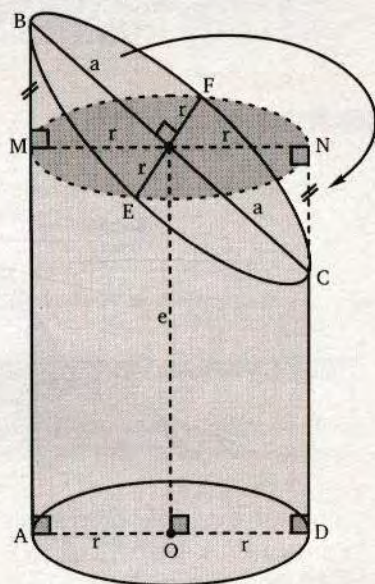
En la figura $\overline{OO_1}$ es el eje del tronco de cilindro, además:

$$e = \frac{g_1 + g_2}{2}$$

$$V_{\text{TRONCO}} = \pi r^2 e$$

$$S_{\text{TOTAL}} = 2\pi r \cdot e + \pi r^2 + \pi a r$$

DEMOSTRACIÓN:



Datos:

- Radio de la Base del Tronco "r".
- Eje del Tronco del cilindro "e".

Por Demostrar:

$$S_{\text{LATERAL DEL TRONCO}} = 2\pi r \cdot e ; V_{\text{TRONCO}} = \pi r^2 \cdot e$$

- Por el eje menor $\overline{EF}$ de la base elíptica trazamos un plano paralelo a la base circular.
- Luego los sólidos BMEF y CNEF son congruentes.

• S_{LATERAL} del tronco es igual al S_{LATERAL} del cilindro,

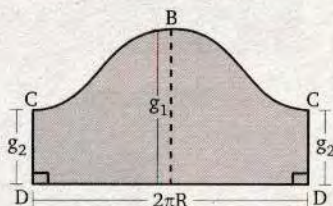
entonces: $S_{\text{LATERAL DEL TRONCO}} = S_{\text{LATERAL DEL CILINDRO}}$

$$\therefore S_{\text{LATRONCO}} = 2\pi r \cdot e$$

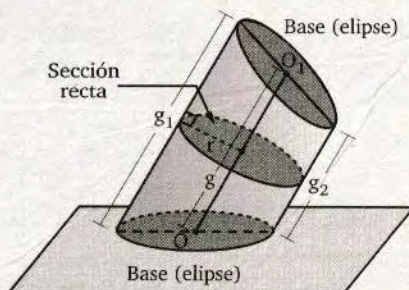
• Volumen del tronco es igual al volumen del cilindro.

$$\therefore V_{\text{TRONCO}} = \pi r^2 e$$

DESARROLLO DE LA SUPERFICIE LATERAL DE UN TRONCO DE CILINDRO RECTO



TRONCO DE CILINDRO OBLICUO



$$S_{\text{LATERAL}} = 2\pi r e$$

$$V_{\text{TRONCO}} = \pi r^2 g$$

En la figura $\overline{OO_1}$ es el eje del tronco de cilindro, además:

$$e = \frac{g_1 + g_2}{2}$$



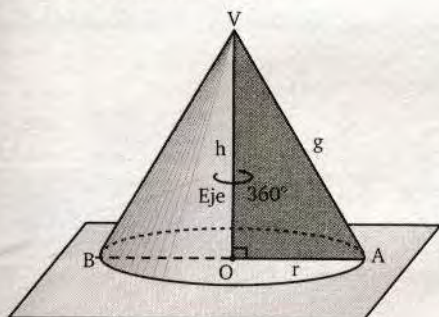
OBSERVACIÓN

Se llama "cuña cilíndrica recta" si $g_2 = 0$

CONO CIRCULAR RECTO O CONO DE REVOLUCIÓN

Es el sólido generado por la rotación de un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos. Si el triángulo rectángulo VOA rota alrededor del cateto $\overline{VO}$, entonces genera el cono representado en la figura.

El cateto $\overline{VO}$ del triángulo generador es el eje (altura); el otro cateto $\overline{OA}$, es el radio de la base y la hipotenusa $\overline{AV}$ es la generatriz del cono.



$$S_{\text{LATERAL}} = \pi r g$$

$$S_{\text{TOTAL}} = \pi r (g + r)$$

$$V_{\text{TRONCO}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

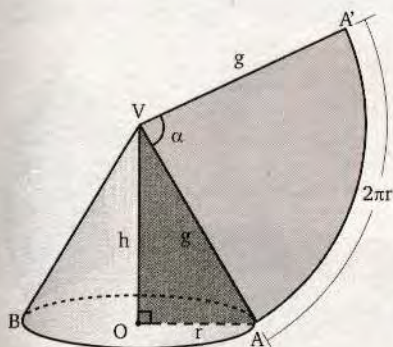
OBSERVACIÓN

La **sección axial** de un cono de revolución, es una sección que se obtiene en el cono por un plano que contiene al eje, en la figura es la región triangular BVA.

Un cono es equilateral si su sección axial esta limitado por un triángulo equilátero, o sea $g = 2r$.

DESARROLLO DE LA SUPERFICIE LATERAL DE UN CONO DE REVOLUCIÓN

El desarrollo de la superficie lateral de un cono de revolución, es un sector circular cuyo radio es la generatriz del cono, además el arco del sector tiene una longitud igual a la longitud de la circunferencia de la base del cono.



Se puede observar que la superficie lateral del cono y el sector circular tiene igual área, luego:

$$S_{\text{L (CONO)}} = S_{\text{SECTOR (BVA)}}$$

$$\Rightarrow \pi r g = \pi g^2 \frac{\alpha}{360}$$

$$\frac{r}{g} = \frac{\alpha}{360}$$

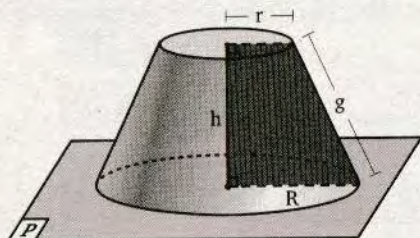
α : Medida del ángulo de desarrollo de la superficie lateral.

NOTA

Si el desarrollo de la superficie lateral de un cono circular recto es un semicírculo, entonces el diámetro de la base del cono es congruente con la generatriz. En este caso se dice que el cono es equilátero.

TRONCO DE CONO DE REVOLUCIÓN

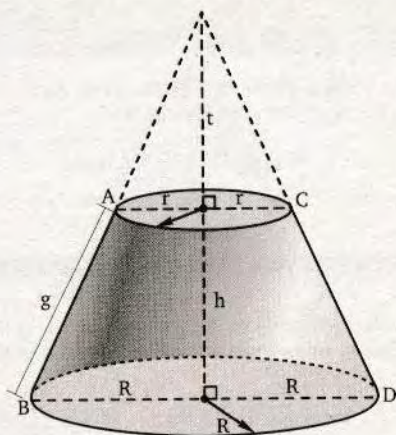
Se llama tronco de cono a la parte del cono comprendido entre la base y una sección paralela a la base.



$$S_L = \pi g(r + R)$$

$$V_{\text{TRONCO}} = \frac{\pi h}{3}(r^2 + R^2 + r \cdot R)$$

DEMOSTRACIÓN:



Datos:

- Radios del Tronco R y r
- Generatriz " g " y altura " h ".

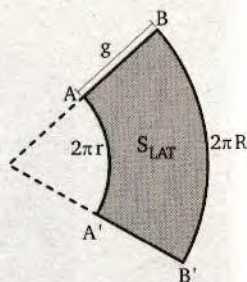
Por demostrar: $S_{\text{LAT.}} = \pi(R+r)g$; $V_{\text{TRONCO}} = \frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr)$

- Desarrollando la superficie lateral tenemos un trapecio circular.
- Calculamos las longitudes de los arcos AA' y BB'

$$L_{\widehat{AA'}} = 2\pi r \quad \text{y} \quad L_{\widehat{BB'}} = 2\pi R$$

Luego:

$$S_{\text{LAT}} = \left(\frac{L_{\widehat{AA'}} + L_{\widehat{BB'}}}{2} \right) (AB)$$



$$S_{LAT} = \left(\frac{2\pi r + 2\pi R}{2} \right) \cdot g$$

$$\therefore S_{LAT} = \pi(R + r) \cdot g$$

- Por semejanza de triángulos se tiene:

$$\frac{h+t}{t} = \frac{R}{r} \rightarrow t = \frac{hr}{R-r}$$

- Luego por diferencia de volúmenes:

$$V_{TRONCO} = \frac{\pi R^2(h+t)}{3} - \frac{\pi r^2 t}{3}$$

$$\text{Como : } t = \frac{hr}{R-r} \quad V_{TRONCO} = \frac{\pi}{3} R^2 \left(h + \frac{hr}{R-r} \right) - \frac{\pi}{3} r^2 \left(\frac{hr}{R-r} \right)$$

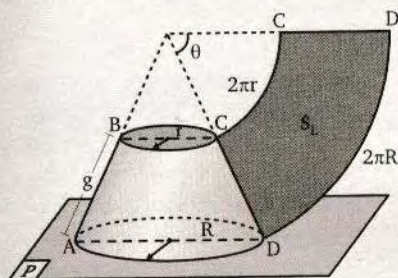
$$V_{TRONCO} = \frac{\pi h}{3} \left[R^2 \left(1 - \frac{r}{R-r} \right) - r^2 \left(\frac{r}{R-r} \right) \right]$$

Desarrollando:

$$\therefore V_{TRONCO} = \frac{\pi h}{3} (R^2 + r^2 + Rr)$$

DESARROLLO DE LA SUPERFICIE LATERAL DE UN TRONCO DE CONO DE REVOLUCIÓN

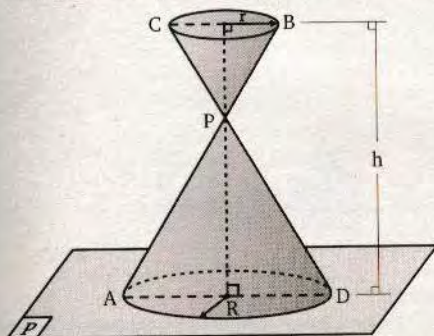
Es un trapecio circular, cuyos arcos correspondientes tienen longitudes iguales a las circunferencias que limitan sus bases del tronco y cuyos lados laterales miden igual las generatrices del tronco.



θ : medida del ángulo de desarrollo

$$\theta = \left(\frac{R-r}{g} \right) 360$$

TRONCO DE CONO DE SEGUNDA ESPECIE



$$V_{TRONCO} = \frac{\pi h}{3} (R^2 + r^2 - Rr)$$

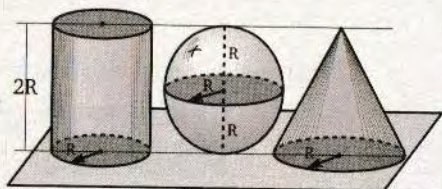
TEOREMAS

En todo cono al trazar una sección transversal (plano paralelo a la base); determina un cono parcial que es semejante al total; en el cual se cumple:

- Las longitudes de todas sus líneas homólogas son proporcionales.
- Las áreas de sus bases; de sus superficies laterales y de sus áreas totales son proporcionales a los cuadrados de las longitudes de sus líneas homólogas.
- Los volúmenes son proporcionales a los cubos de las longitudes de sus líneas homólogas.

TEOREMA

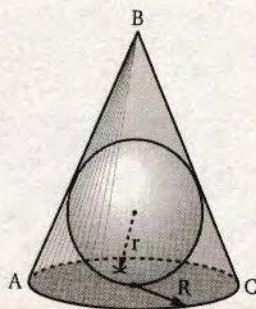
Si los sólidos de revolución (cilindro, esfera y cono) que tienen el mismo radio (R) y la misma altura (2R), sus volúmenes son proporcionales a 3; 2 y 1 respectivamente.



$$\frac{V_{\text{CILINDRO}}}{3} = \frac{V_{\text{ESFERA}}}{2} = \frac{V_{\text{CONO}}}{1}$$

TEOREMA

Si el cono de revolución se inscribe una esfera se cumple:



$$\frac{V_{\text{CONO}}}{V_{\text{ESFERA}}} = \frac{S_{\text{CONO}}}{S_{\text{ESFERA}}}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

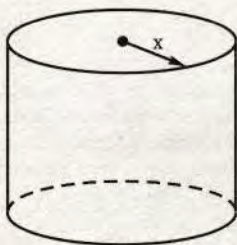
1. Dos cilindros son semejantes y sus alturas miden 2m y 8m. Si el volumen del primero es $10\pi\text{m}^3$, halle el volumen del segundo cilindro.

A) $460\pi\text{m}^3$ B) $480\pi\text{m}^3$ C) $540\pi\text{m}^3$
D) $640\pi\text{m}^3$ E) $520\pi\text{m}^3$

2. El desarrollo de la superficie lateral de un cilindro circular recto es un rectángulo de 96cm^2 de área, siendo el lado generado por la circunferencia de longitud igual a 16cm. Halle el volumen del cilindro.

A) 128cm^3 B) $\frac{384}{\pi}\text{cm}^3$
C) $\frac{300}{\pi}\text{cm}^3$
D) $\frac{384}{\sqrt{\pi}}\text{cm}^3$ E) 384cm^3

3. Calcular el valor de "X" si el volumen del cilindro circular recto es triple del área lateral.



A) 2 B) 4 C) 8
D) 1 E) 6

4. El área total de un cilindro circular recto es $500\pi\text{m}^2$ y la altura del cilindro excede en 5m al radio de su base. Hallar el volumen del cilindro.

A) $1225\pi\text{m}^3$ B) $1500\pi\text{m}^3$
C) $1625\pi\text{m}^3$
D) $1725\pi\text{m}^3$ E) $1815\pi\text{m}^3$

5. En un hexaedro regular, están inscrito y circunscrito dos cilindros, de bases coplanares. halle la razón entre las áreas laterales de dichos cilindros.

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ C) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

6. Hallar el área lateral de un cilindro circular recto si el área de la sección determinada por un plano que contiene al eje es 4m^2 .

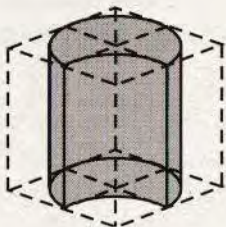
A) πm^2 B) $2\pi\text{m}^2$ C) $3\pi\text{m}^2$
D) $4\pi\text{m}^2$ E) $5\pi\text{m}^2$

7. Una cinta de papel de 40 cm de largo, 5 cm de ancho y 0.1 cm de espesor, se enrolla como un cilindro recto circular (revolución). Halle el radio del cilindro.

A) $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ B) $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ C) $\frac{3}{\sqrt{\pi}}$
D) $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$ E) $\frac{5}{\sqrt{\pi}}$

8. En la figura mostrada, el cilindro está inscrito en un hexaedro regular cuya arista mide ℓ . Entonces, el área lateral es.

- A) $2,5\pi\ell^2$
 B) $1,5\pi\ell^2$
 C) $2\pi\ell^2$
 D) $\pi\ell^3$
 E) $\frac{\pi\ell^2}{2}$



9. Se tiene un cilindro de revolución de altura L y dos generatrices AB y CD diametralmente opuestas. Se traza un plano secante por el punto A el cual intersecta a $\overline{CD}$ en el punto P . Halle PD si la razón de volúmenes de los troncos de cilindros determinados están en la relación 1 a 2.

- A) $\frac{L}{3}$ B) $\frac{2L}{3}$ C) $\frac{L}{4}$
 D) $\frac{2L}{5}$ E) $\frac{L}{6}$

10. Un vaso cilíndrico de a cm de diámetro y b cm de altura está lleno de agua. Si se viene toda esta agua en otro vaso cilíndrico de b cm de diámetro. ¿hasta qué altura subirá el agua?

- A) $\left(\frac{a}{b}\right)^2 b$ B) $\frac{a^2 b}{2}$ C) $\frac{ab^2}{3}$
 D) $\frac{ab^2}{4}$ E) $\frac{ab^2}{5}$

11. Tres cilindros tienen la misma altura si las longitudes de los radios de las bases de los dos primeros son r_1 y r_2 , cuánto mide el radio del tercero, si su volumen es igual a la suma del volumen de los otros dos.

- A) $r_1 + r_2$ B) $r_1 + r_2\sqrt{2}$
 C) $r_1\sqrt{2} + r_2$
 D) $\sqrt{r_1^2 + r_2^2}$ E) $2\sqrt{r_1^2 + r_2^2}$

12. Calcule la relación entre los volúmenes de los sólidos limitados, por un hexaedro regular y un cilindro de revolución inscrito en el hexaedro, de tal manera que ambas bases están inscritas en caras opuestas del hexaedro.

- A) $\frac{4}{\pi}$ B) $\frac{2}{\pi}$ C) $\frac{3}{\pi}$
 D) $\frac{5}{\pi}$ E) $\frac{1}{\pi}$

13. Al desarrollar la superficie lateral de un cilindro de revolución, se obtiene una región cuadrada de área A . Halle el volumen del sólido limitado por el cilindro.

- A) $\frac{3}{8\pi} A\sqrt{A}$ B) $\frac{A\sqrt{A}}{8\pi}$ C) $\frac{A\sqrt{A}}{6\pi}$
 D) $\frac{A\sqrt{A}}{4\pi}$ E) $\pi A\sqrt{A}$

14. Un tronco de cilindro recto de base circular cuyo radio mide $2u$. Sus generatrices máximas y mínima miden $8u$ y cero respectivamente. Halle área lateral.

- A) $12\pi u^2$ B) $16\pi u^2$ C) $18\pi u^2$
 D) $20\pi u^2$ E) $22\pi u^2$

15. En un tronco de cilindro recto se tiene que el radio de la base mide $2\sqrt{\pi}$ cm y las generatrices máxima y mínima miden 30 cm y 15 cm, respectivamente. Halle (en cm^3) el volumen del tronco de cilindro.

A) 30 B) 50 C) 60
D) 90 E) 120

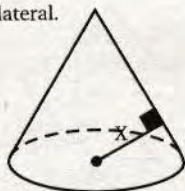
16. El desarrollo de la superficie lateral de un cono circular recto es un sector circular cuyo radio y ángulo central miden 6 cm y 60° . Halle el área total.

A) $5\pi \text{ cm}^2$ B) $6\pi \text{ cm}^2$ C) $7\pi \text{ cm}^2$
D) $8\pi \text{ cm}^2$ E) $9\pi \text{ cm}^2$

17. Se ha diseñado un cono recto con un sector circular cuyo ángulo mide 120° y su radio mide R. Si r es la longitud del radio de la circunferencia de la base del cono. Entonces $\frac{r}{R}$ es:

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{4}$

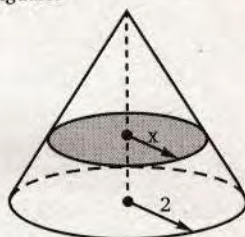
18. Calcular el valor de "X" si el volumen del cono es numéricamente igual a su área lateral.



A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

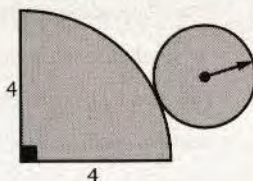
19. Calcular el valor de "X" si la sección sombreada es paralelo a la base del cono y determine dos sólidos de áreas laterales iguales

A) 2
B) 3
C) 1
D) $\sqrt{2}$
E) $\sqrt{6}$

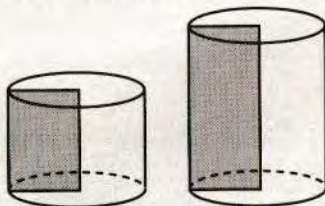


20. En la figura se tiene el desarrollo total de un cono circular recto, calcular el valor de "X".

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



21. En la figura, los cilindros son generados por dos rectángulos semejantes, el primero de dimensiones 2 m y 4 m. ¿Cuáles son las dimensiones del segundo rectángulo si gira alrededor del lado mayor y genera un cilindro de capacidad ocho veces el primero?



A) 2m, 4m B) 3m, 6m C) 3m, 12m
D) 4m, 8m E) 2m, 8m

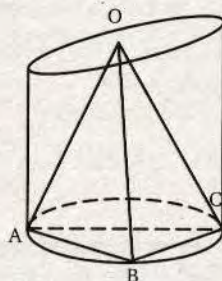
22. Un cilindro esta lleno de agua hasta la mitad de su altura, se suelta un sólido metálico y el nivel del agua sube 3,5 cm, si el diámetro de la base del cilindro es 8 cm. Halle el volumen del sólido metálico.

A) 28π B) 56π C) 14π
D) 42π E) 70π

23. En el punto a de la intersección de la base y la generatriz $\overline{AB}$ de un cilindro de revolución se encuentra situada una hormiga, esta debe llegar al extremo superior de la generatriz opuesta cruzando dos veces AB después de salir de A y recorriendo su superficie lateral. Si $AB = h$ y la longitud de la circunferencia de la base es L , halle el recorrido mínimo de la hormiga para ir de A a C.

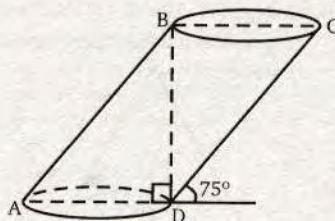
A) $\sqrt{\frac{25}{4}h^2 + L^2}$
B) $\sqrt{\frac{25}{4}L^2 + h^2}$
C) $3\sqrt{L^2 + h^2}$
D) $\sqrt{9L^2 + h^2}$
E) $\sqrt{L^2 + h^2}$

24. Si el volumen de la pirámide regular de la figura es $3\sqrt{3}m^3$. Calcular el volumen del tronco de cilindro. Siendo O centro.



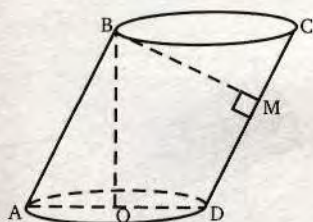
A) $12\sqrt{5}m^3$ B) $12\sqrt{2}m^3$ C) $12m^3$
D) $12\pi m^3$ E) $12\sqrt{3}m^3$

25. Un cilindro oblicuo tiene $5\sqrt{3}m$ de altura y su generatriz forma con la base un ángulo de 60° . Si su sección recta es un círculo cuyo radio mide 3m, calcule el área lateral del cilindro.
- A) $60\pi m^2$ B) $58\pi m^2$ C) $56\pi m^2$
D) $54\pi m^2$ E) $52\pi m^2$
26. En la figura, el área lateral del cilindro oblicuo es $64\pi m^2$. Halle el volumen de dicho cilindro de sección recto circular.



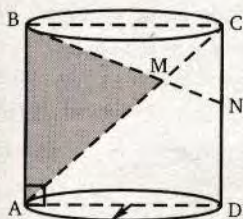
A) $56\pi m^3$ B) $72\pi m^3$ C) $54\pi m^3$
D) $64\pi m^3$ E) $68\pi m^3$

27. En la figura, $\overline{OB}$ es altura del cilindro oblicuo de sección recta circular. Si $DM = MC$, $OA = OD$ y $BM = 6\text{cm}$, área lateral del cilindro.



- A) $24\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$ B) $32\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2$
C) $40\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$
D) $32\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$ E) $24\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2$

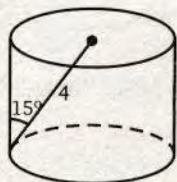
28. En la figura, el área de la región sombreada es 16m^2 y $CN = ND$. Si $BC = 6\text{m}$, hallar el volumen del cilindro.



- A) $68\pi\text{m}^3$ B) $64\pi\text{m}^3$ C) $70\pi\text{m}^3$
D) $72\pi\text{m}^3$ E) $74\pi\text{m}^3$

29. Calcular el área lateral del cilindro circular recto.

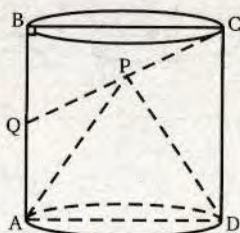
- A) π
B) 8π
C) 4π
D) 2π
E) 6π



30. Calcular el área total mínima de la superficie de un cilindro circular recto de volumen 2.

- A) $2\sqrt[3]{\pi}$ B) $6\sqrt[3]{\pi}$ C) $4\sqrt[3]{\pi}$
D) $\sqrt{\pi}$ E) π

31. En la figura, $AQ = QB = 4\text{m}$, $\widehat{BCQ} = 26,5^\circ$ y P es punto medio de $\overline{QC}$. Halle el volumen del cono recto APD.

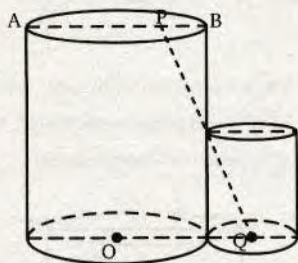


- A) $28\pi\text{m}^3$ B) $30\pi\text{m}^3$ C) $32\pi\text{m}^3$
D) $34\pi\text{m}^3$ E) $36\pi\text{m}^3$

32. El volumen de un tronco de cilindro circular recto es numéricamente igual a su área lateral. Si la diferencia de las longitudes de las generatrices máxima y mínima es 3m, hallar el área de la base elíptica.

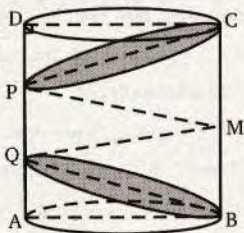
- A) $4\pi\text{m}^2$ B) $3\pi\text{m}^2$ C) $5\pi\text{m}^2$
D) $6\pi\text{m}^2$ E) $\sqrt{3}\pi\text{m}^2$

33. En la figura, O y Q son los centros de las bases de los cilindros de revolución semejantes. Si $AP=5PB$, hallar la razón de las áreas laterales de dichos cilindros.



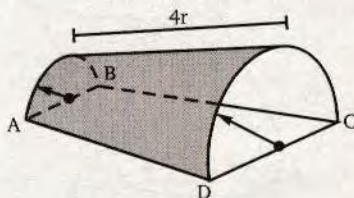
- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{5}{7}$
D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{3}{7}$

34. En la figura, $QM=QB$ y $PC=PM$. Si $PQ=6m$ y el volumen del tronco de cilindro cuyas bases están sombreadas es $144\pi m^3$, hallar el volumen del cilindro de revolución.



- A) $192\pi m^3$ B) $196\pi m^3$ C) $202\pi m^3$
D) $206\pi m^3$ E) $184\pi m^3$

35. El gráfico representa un hangar. Calcule el área de la superficie exterior no plana del hangar. $AB=2r$ y $CD=6r$ son diámetros.



- A) $8\pi r^2$ B) $6\pi r^2$ C) $4\pi r^2$
D) $2\pi r^2$ E) πr^2

36. Las generatrices máxima y mínima de un tronco de cilindro de revolución miden 3cm y 1cm, el área de la sección recta es $8\pi cm^2$. Halle el volumen de dicho tronco.

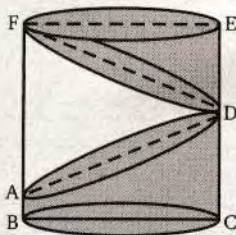
- A) $14\pi cm^3$ B) $16\pi cm^3$ C) $18\pi cm^3$
D) $20\pi cm^3$ E) $21\pi cm^3$

37. Los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son generatrices diametralmente opuestas de un cilindro circular recto y O es punto medio del diámetro $\overline{AC}$. Si P es un punto de $\overline{AB}$, $m\angle OPD = 90^\circ$, $BP = 6m$ y $AP = 3m$, halle el volumen del cilindro.

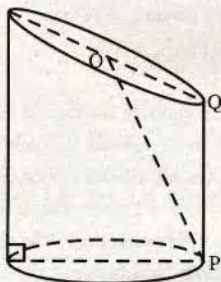
- A) $78\pi m^3$ B) $79\pi m^3$ C) $80\pi m^3$
D) $81\pi m^3$ E) $82\pi m^3$

38. En la figura, $\frac{AB}{2} = \frac{DC}{3} = \frac{ED}{4}$.

Halle la relación entre las áreas laterales de los troncos de cilindros rectos sombreados.

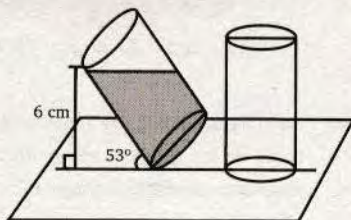


- A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{6}{5}$ C) $\frac{2}{5}$
D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{3}{5}$
39. En la figura, O es centro de la base elíptica, $m\widehat{OPQ} = 30^\circ$ y $OP = 8\text{m}$. Halle el volumen del tronco de cilindro circular recto.



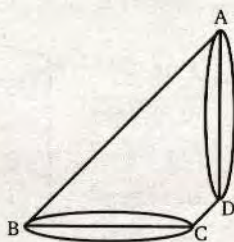
- A) $48\sqrt{3}\pi\text{m}^3$ B) $64\sqrt{3}\pi\text{m}^3$
C) $28\sqrt{3}\pi\text{m}^3$
D) $56\sqrt{3}\pi\text{m}^3$ E) $42\sqrt{3}\pi\text{m}^3$

40. En la figura, los vasos tienen la misma forma, de cilindros circulares rectos, apoyados de forma distinta en el piso. Si el líquido que se encuentra en el primer cilindro se vierte en el segundo. ¿Qué altura alcanzará, si los diámetros de los cilindros miden 4cm?



- A) 8 cm B) 7,5 cm C) 9 cm
D) 8,5 cm E) 7 cm
41. En la figura, $AB = 20\text{ cm}$, $BC = 13\text{ cm}$, $CD = 6\text{ cm}$ y $AD = 15\text{ cm}$. Halle la relación entre los volúmenes de los troncos de cilindro oblicuo determinados al cortar con un plano, perpendicular a las generatrices $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ por el punto C.

- A) $\frac{5}{21}$
B) $\frac{5}{6}$
C) $\frac{2}{15}$
D) $\frac{9}{13}$
E) $\frac{14}{23}$

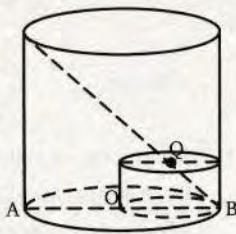


42. En un cilindro circular recto, cuyo radio mide 4 cm, está inscrito un prisma cuadrangular regular, cuya altura mide igual que su diagonal básica. Halle el volumen del sólido entre el cilindro y el prisma.

A) $128(\pi - 2)\text{cm}^3$ B) $64(\pi - 2)\text{cm}^3$
C) $112(\pi - 2)\text{cm}^3$
D) $64(2\pi - 1)\text{cm}^3$ E) $32(3\pi - 2)\text{cm}^3$

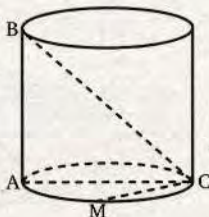
43. En la figura, O y Q son centros de las bases de los cilindros de revolución. Halle la razón de los volúmenes de los cilindros.

A) $\frac{1}{8}$
B) $\frac{1}{16}$
C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{6}$
E) $\frac{3}{5}$



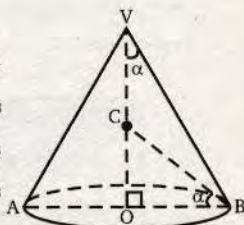
44. En la figura, AC es diámetro y $m\widehat{BCM} = m\widehat{AM} = 60^\circ$. Si $MC = 2\sqrt{3}\text{cm}$, halle el volumen del cilindro de revolución.

A) $16\sqrt{2}\pi\text{cm}^3$ B) $10\sqrt{2}\pi\text{cm}^3$
C) $9\sqrt{2}\pi\text{cm}^3$ D) $8\sqrt{2}\pi\text{cm}^3$
E) $7\sqrt{2}\pi\text{cm}^3$



45. En la figura, $VC = 5\text{cm}$ y $OC = 4\text{m}$. Halle el volumen del cono circular recto.

A) $96\pi\text{m}^3$
B) $132\pi\text{m}^3$
C) $144\pi\text{m}^3$
D) $108\pi\text{m}^3$
E) $120\pi\text{m}^3$



46. El volumen de un cono circular recto es $125\pi\text{cm}^3$ y el radio de la base mide 5 cm. Halle el área lateral del cono.

A) $45\sqrt{5}\pi\text{cm}^2$ B) $20\sqrt{10}\pi\text{cm}^2$
C) $25\sqrt{10}\pi\text{cm}^2$
D) $50\sqrt{5}\pi\text{cm}^2$ E) $75\sqrt{3}\pi\text{cm}^2$

47. En un cono equilátero, la distancia del centro de la base a una generatriz es 6 cm. Halle el área de la superficie lateral del cono.

A) $86\pi\text{m}^2$ B) $88\pi\text{m}^2$ C) $90\pi\text{m}^2$
D) $92\pi\text{m}^2$ E) $96\pi\text{m}^2$

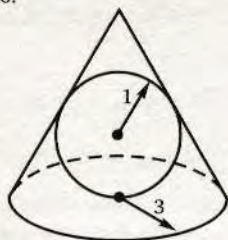
48. Un cono de revolución es seccionado por un plano paralelo a la base distante 4 m del vértice. Si el radio y la altura del cono miden 6 m y 12 m, respectivamente, halle el área lateral del tronco de cono.

A) $28\sqrt{5}\pi\text{m}^2$ B) $32\sqrt{5}\pi\text{m}^2$
C) $30\sqrt{5}\pi\text{m}^2$
D) $36\sqrt{5}\pi\text{m}^2$ E) $35\sqrt{5}\pi\text{m}^2$

49. La altura de un cono de revolución es congruente con el radio de la base de un cilindro recto y viceversa. Si el volumen del cono es el doble del volumen del cilindro y la generatriz del cono mide $2\sqrt{37}$, hallar el área de la superficie lateral del cono.

- A) $20\sqrt{37}\pi\text{m}^2$ B) $12\sqrt{37}\pi\text{m}^2$
C) $36\sqrt{37}\pi\text{m}^2$
D) $\sqrt{37}\pi\text{m}^2$ E) $24\sqrt{37}\pi\text{m}^2$

50. Calcular el volumen del cono circular recto.



- A) $27\pi/4$ B) $18\pi/3$ C) $9\pi/2$
D) 2π E) 20π

51. El desarrollo de la superficie lateral de un cono de revolución es un sector circular de 60° , en el cual se puede inscribir una circunferencia cuyo radio mide 1 m. Halle el volumen del cono.

- A) $\frac{\sqrt{35}}{24}\pi\text{m}^3$ B) $\frac{\pi}{4}\text{m}^3$
C) $\frac{\sqrt{34}}{24}\pi\text{m}^3$
D) $\frac{\sqrt{33}}{24}\pi\text{m}^3$ E) $\frac{\pi}{3}\text{m}^3$

52. Se tiene un cono de revolución de vértice V, se traza el diámetro $\overline{AB}$ de su base cuya prolongación interseca en P a la mediatriz de $\overline{AV}$ tal que P dista d de $\overline{AV}$ y $AB=2R$. Calcule el producto entre su volumen y el área de su superficie lateral en términos de d y R.

- A) $\frac{2}{3}\pi^2 d^3 R^2$ B) $\frac{2}{3}\pi^2 d^2 R^3$
C) $\pi d^2 R^3$
D) $\frac{2}{3}\pi^2 d^4 R$ E) $\frac{2}{3}\pi^2 d R^4$

53. El área lateral de un cono de revolución es S y la distancia del centro de la base a una de las generatrices es d. Halle el volumen del cono de revolución.

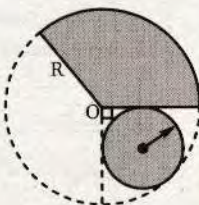
- A) $\frac{2}{3}Sd$ B) $\frac{Sd}{3}$ C) $\frac{4}{3}Sd$
D) $\frac{2}{5}Sd$ E) $\frac{1}{2}Sd$

54. El desarrollo de la superficie lateral de un cono de revolución, es un sector circular de radio 18 cm y arco de medida 200° . Entonces el volumen del sólido limitado por el cono es: (cm^2)

- A) $\frac{800}{3}\pi\sqrt{14}$ B) $\frac{700}{\pi}\sqrt{14}$
C) $200\pi\sqrt{14}$
D) $\frac{400}{3}\pi\sqrt{14}$ E) $\frac{500}{3}\pi\sqrt{14}$

55. En la figura mostrada la región sombreada representa al desarrollo de la superficie total de un cono recto. Calcule la longitud de la altura del cono.

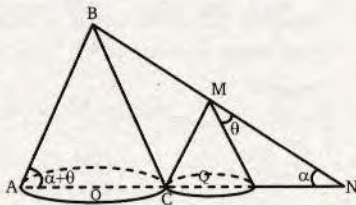
- A) $R\sqrt{3\sqrt{2}-2}$
 B) $R\sqrt{4\sqrt{2}-2}$
 C) $R\sqrt{4\sqrt{2}-3}$
 D) $R\sqrt{3\sqrt{2}-3}$
 E) $R\sqrt{2\sqrt{2}-2}$



56. En un pirámide hexagonal regular, la arista básica mide 6 m y la distancia del centro de la base a una arista lateral mide $3\sqrt{3}$ m. Halle el volumen del cono circular recto inscrito en la pirámide.

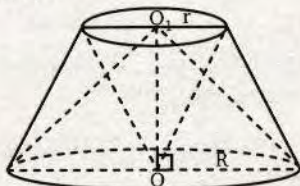
- A) $44\sqrt{3}\pi\text{ m}^3$ B) $46\sqrt{3}\pi\text{ m}^3$
 C) $45\sqrt{3}\pi\text{ m}^3$
 D) $54\sqrt{3}\pi\text{ m}^3$ E) $51\sqrt{3}\pi\text{ m}^3$

57. En la figura, O y Q son los centros de las bases de los conos de revolución. Si $BM=MN$, hallar la razón de las áreas laterales de dichos conos.



- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$
 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{2}{5}$

58. En la figura, se tiene un tronco de cono circular recto, O y O_1 son centros de las bases y los dos conos de revolución. Si $R=6\text{ m}$, $r=4\text{ m}$ y $O_1O=10\text{ m}$, hallar el volumen del sólido que es la intersección de los conos.



- A) $12,9\pi\text{ m}^3$ B) $19,5\pi\text{ m}^3$
 C) $15,9\pi\text{ m}^3$
 D) $16,2\pi\text{ m}^3$ E) $19,2\pi\text{ m}^3$

59. El volumen de un tronco de cono circular es $336\pi\text{ cm}^3$, la altura mide 4 cm y el radio de la base mayor es el doble del radio de la base menor. Hallar la medida del radio de la base menor.

- A) 5 cm B) 4 cm C) 3 cm
 D) 2 cm E) 6 cm

60. En un tronco de cono circular recto, las áreas de las bases son 32 cm^2 y 18 cm^2 y su altura mide 6 cm. Halle su volumen.

- A) 140 cm^3 B) 148 cm^3 C) 145 cm^3
 D) 144 cm^3 E) 136 cm^3

61. Un tanque cilíndrico de aceite, en posición horizontal, tiene una longitud de 10m y un diámetro interior de 6m, el aceite que contiene determina una superficie rectangular de 40 m^2 , de área entonces la profundidad (en m) del aceite es.

A) $\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{5}$
C) $3 - \sqrt{5}$
D) $3 + \sqrt{5}$ E) $3 - \sqrt{5}$ o $3 + \sqrt{5}$

62. En un cilindro de revolución cuyo radio mide R, se inscribe un tetraedro regular de modo que dos aristas opuestas son diámetros de las bases del cilindro. Halle la longitud de la altura del cilindro.

A) $\frac{2}{3}R$ B) $\frac{R\sqrt{2}}{2}$ C) $R\sqrt{2}$
D) $R\sqrt{2}$ E) $\frac{R\sqrt{6}}{2}$

63. Se inscribe un cilindro de revolución en un cubo de arista a unidades de modo que el eje del cilindro coincida con un diagonal del cubo. halle el volumen del cilindro, si su altura y su radio están en la relación de 5 a 1.

A) $\pi a^3(2 + \sqrt{3})$ B) $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{(5 + 2\sqrt{2})}$
C) $\frac{\pi a^3}{3}$
D) $\frac{15\pi a^3 \sqrt{3}}{(5 + 2\sqrt{2})^3}$ E) $\frac{15\pi a^3}{6\sqrt{3}}$

64. En un tetraedro regular cuya arista mide a, se inscribe un cilindro de revolución de manera que una de sus bases pasa por los baricentros de las caras laterales. Entonces, el área lateral del cilindro es.

A) $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{27}$ B) $\frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{27}$
C) $\frac{4\pi a^2 \sqrt{2}}{27}$
D) $\frac{5\pi a^2 \sqrt{2}}{27}$ E) $\frac{7\pi a^2 \sqrt{2}}{27}$

65. Halle la razón de los volúmenes de un octaedro regular y del cilindro de revolución inscrito en el. Si la generatriz del cilindro es paralela a una diagonal del octaedro y cuyas longitudes están en la razón de 1 a 3.

A) $\frac{8}{\pi}$ B) $\frac{9}{\pi}$ C) $\frac{12}{\pi}$
D) $\frac{13}{\pi}$ E) $\frac{14}{\pi}$

66. Halle el volumen del cilindro de revolución inscrito en un octaedro regular de arista a, de modo que las bases de cilindro se encuentran contenidas en dos caras opuestas del octaedro.

A) $\frac{\pi a^3}{2}$ B) $\frac{\pi a^3}{3}$ C) $\frac{a^3 \pi \sqrt{3}}{2}$
D) $\frac{\pi a^3}{6\sqrt{6}}$ E) $\pi a^3 \sqrt{2}$

67. Un octaedro regular de volumen V está inscrito en un cilindro de revolución, tal que 2 vértices opuestos se encuentran en los centros de las bases. Entonces, el volumen del sólido limitado por el cilindro es.

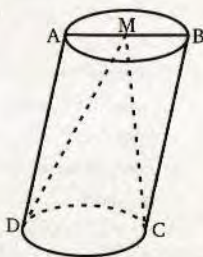
A) $\frac{\pi V}{3}$ B) $\frac{2\pi V}{3}$ C) $\frac{3\pi V}{2}$
D) πV E) $2\pi V$

68. En un cilindro de revolución $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son generatrices opuestas O es el centro de la base de diámetro $\overline{BC}$ y el plano mediatriz de $\overline{AO}$ determina en CD segmentos que miden 2 cm y 4 cm. Halle el volumen del tronco de cilindro recto formando de mayor eje.

A) $\frac{20\pi}{3}$ B) $\frac{40\pi}{3}$ C) $\frac{50\pi}{3}$
 D) $\frac{70\pi}{3}$ E) $\frac{80\pi}{3}$

69. En la figura la sección recta del cilindro oblicuo es un círculo, M es centro de la base $AB=BC=CD$, $MC=9u$, $MD=13u$. Calcular el volumen del cilindro.

A) $\frac{1000\pi}{3}$
 B) 200π
 C) $\frac{2006\pi}{5}$
 D) $\frac{1008\pi}{5}$
 E) $\frac{1010\pi}{3}$



70. Un cilindro circular recto tiene a sus bases inscritas en dos caras opuestas de un hexaedro regular de arista ℓ . Un plano diagonal del hexaedro intercepta al cilindro, determinando una sección. Entonces, el área de la sección es.

A) $\frac{\pi\ell^2\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\pi\ell^2\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{2\pi\ell^2\sqrt{2}}{3}$
 D) $\frac{3\pi\ell^2\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\pi\ell^2\sqrt{2}}{4}$

71. La base superior de un tronco de cilindro recto determina con la base un ángulo diedro cuya medida es 60° . Si las generatrices, máxima y mínima miden 12 cm y 8 cm. ¿en qué relación están el área lateral y el área de la base superior?

A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$
 D) $4\sqrt{3}$ E) $5\sqrt{3}$

72. Un tetraedro regular, se inscribe en un tronco de cilindro circular recto, tal que su vértice coincide con el centro de la cara superior del tronco. Si la arista del tetraedro mide ℓ , entonces, el volumen del sólido limitado por el tronco de cilindro es

A) $\frac{\pi\ell^3\sqrt{6}}{6}$ B) $\frac{\pi\ell^3\sqrt{6}}{4}$
 C) $\frac{\pi\ell^3\sqrt{6}}{9}$
 D) $\frac{\pi\ell^3\sqrt{2}}{3}$ E) $\frac{\pi\ell^3\sqrt{6}}{8}$

73. En un tronco de cilindro circular recto circunscrito a una esfera sus generatrices máxima y mínima miden a y b ($a > b$) calcular el volumen del tronco de cilindro.

A) $\frac{\pi a^2 b^2}{a+b}$ B) $\frac{\pi a^2 b^2}{2(a+b)}$ C) $\frac{2\pi a^2 b^2}{5(a+b)}$
 D) $\frac{\pi a^2 b^2}{2a+b}$ E) $\frac{\pi a^4}{a+b}$

74. En un tronco de cilindro circular recto, AD y BC son las generatrices mínima y máxima respectivamente. (A y B en la base del tronco). Si P es un punto de la circunferencia de la base, además $AD=3\text{cm}$, $BC=5\text{ cm}$ y $PC^2+PD^2=50\text{ cm}^2$, entonces el volumen (en cm^3) del sólido limitado por el tronco es.

A) 12π B) 15π C) 16π
D) 18π E) 21π

75. En un tronco de cilindro oblicuo de bases congruentes se encuentran contenidas en planos que determinan un diedro de 60° . Las generatrices mayor y menor miden $2a$ y a unidades. Calcular el volumen.

A) $\frac{\pi a^3}{4}$ B) $\frac{7\pi a^3}{32}$ C) $\frac{9\pi a^3}{32}$
D) $\frac{5\pi a^3}{16}$ E) $\frac{6\pi a^3}{16}$

76. Se tiene un tronco de cilindro cuyas bases están en plano perpendiculares, si las generatrices mayor y menor miden a y b unidades y están formando un ángulo cuya medida es 60° con uno de los planos de las bases, entonces el área lateral del tronco de pirámide de sección recta circular es.

A) $\frac{\pi\sqrt{3}}{4}(a^2-b^2)$
B) $\frac{\pi\sqrt{3}}{8}(a^2-b^2)$
C) $\frac{\pi\sqrt{3}}{4}(a^2+b^2-ab)$
D) $\frac{\pi\sqrt{3}}{8}(a^2+b^2-ab)$
E) $\frac{\pi\sqrt{3}}{24}(a^2-b^2)$

77. En un tronco de cilindro oblicuo los ejes mayores de las bases miden 13 cm y 15 cm , respectivamente. Si las generatrices miden 18 cm y 4 cm , calcule el volumen (en cm^3) del tronco de sección recta circular.

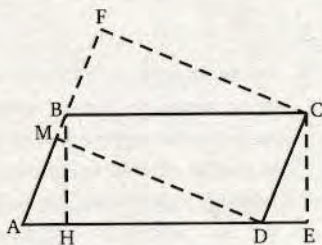
A) 376π B) 396π C) 400π
D) 412π E) 418π

78. Los ejes mayores de las bases elípticas de un tronco de cilindro oblicuo de sección recta circular forman con la generatriz máxima ángulos de 60° . Si la generatriz mínima mide la mitad de lo que mide la máxima y esta última mide 2ℓ . Halle el volumen del tronco de cilindro.

A) $\frac{9\pi\ell^3}{32}$ B) $\frac{9\pi\ell^3}{16}$ C) $\frac{4\pi\ell^3}{15}$
D) $\frac{3\pi\ell^3}{16}$ E) $\frac{7\pi\ell^3}{16}$

79. La altura de un cilindro circular recto, mide 15 cm y el radio de la base mide $\sqrt{3}\text{ cm}$. El cilindro circular es interceptado por 2 planos paralelos que forman un ángulo de medida 30° con el eje del cilindro. Cada uno de los planos intercepta a sólo una de las bases en un único punto. El área lateral (en cm^2) de la parte del cilindro comprendida entre estos dos planos es.

A) $\pi\sqrt{3}$ B) $3\pi\sqrt{3}$ C) $6\pi\sqrt{3}$
D) $12\pi\sqrt{3}$ E) $18\pi\sqrt{3}$



- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{7}{3}$
D) $\frac{7}{4}$ E) $\frac{9}{4}$
81. En un hexaedro regular ABCD-PQRS la longitud de la arista es L u. Si se ubica un cono con vértice en el centro de la cara DCRS y base circular inscrita en la cara PQRS, entonces el volumen (en u³) del sólido limitado por el cono es.

- A) $\frac{\pi L^3}{4}$ B) $\frac{\pi L^3}{8}$
C) $\frac{\pi L^3}{24}$
D) $\frac{\pi L^3}{48}$ E) $\frac{\pi L^3}{30}$

82. A un cono de revolución se traza un plano secante que contiene al vértice y determina en la base una cuerda CD , siendo $\overline{AB}$ un diámetro de la base del cono. Si: $\frac{CD}{AB} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2}$, entonces la razón de los volúmenes de los sólidos determinados por el plano en el cono.

- A) $\frac{\pi-3}{7\pi+3}$ B) $\frac{\pi-3}{9\pi+3}$ C) $\frac{\pi-3}{11\pi+3}$
D) $\frac{\pi-3}{13\pi+3}$ E) $\frac{\pi-3}{15\pi+3}$

83. En un hexaedro regular $MNPQ-RSTU$, en la arista ST se ubica el punto E . Si $ET = \sqrt{28}$ cm y $UN = 6\sqrt{3}$ cm, entonces el volumen (en cm^3) del sólido limitado por el cono circular de vértice M y cuya base está contenida en la región triangular QEU es.

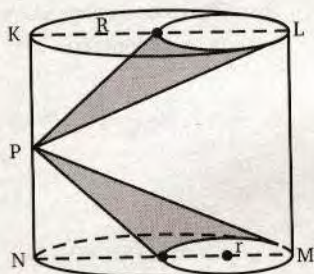
- A) $\frac{24\pi}{7}$ B) 6π C) $\frac{25\pi}{9}$
D) $\frac{25\pi}{7}$ E) $\frac{25\pi}{8}$

84. Dado un tronco de cilindro de revolución, cuyo radio de la base mide R . Las longitudes de las generatrices mayor y menor son $3R$ y R respectivamente. Se inscribe un cono cuyo vértice es el centro de la base menor del tronco de cilindro. Entonces, el volumen del sólido limitado por el cono es.

- A) $\frac{\pi R^3}{3}$ B) $\frac{2\pi R^3}{5}$ C) $\frac{2\pi R^3}{3}$
D) $\frac{\pi R^3}{4}$ E) $\frac{2\pi R^3}{7}$

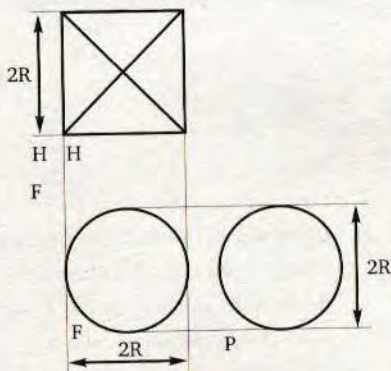
85. En la siguiente figura, se tiene un cilindro de revolución, y los conos mostrados son equivalentes.

Si: $\frac{R}{r} = \frac{3}{2}$, entonces $\frac{KP}{NP}$ es:



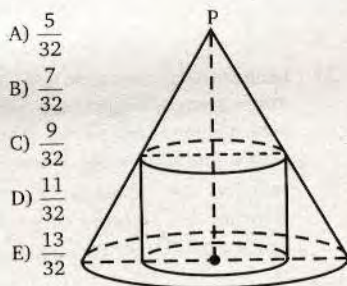
- A) $\frac{14}{5}$ B) $\frac{15}{8}$ C) $\frac{16}{11}$
D) $\frac{16}{9}$ E) $\frac{16}{7}$

86. Se muestran las vistas principales de un sólido. Entonces, su volumen es:



- A) $3R^3$ B) $4R^3$ C) $\frac{4}{3}\pi R^3$
D) $5R^3$ E) $\frac{16}{3}R^3$

87. En la figura se muestra un cilindro circular recto inscrito en un cono circular recto, el cono parcial de vértice P y el cilindro tienen el mismo volumen. ¿Qué fracción del volumen del cono total es el volumen de la región comprendida entre el cilindro y el tronco de cono?



88. En un cilindro cuyo volumen es V , se construyen 2 conos cuyas bases son las bases del cilindro y los vértices, son los centros de las bases opuestas, entonces el volumen común a los conos es.

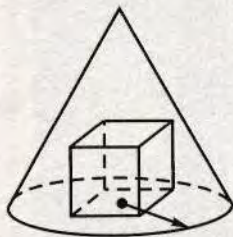
- A) $\frac{V}{12}$ B) $\frac{V}{8}$ C) $\frac{V}{4}$
D) $\frac{V}{3}$ E) $\frac{V}{2}$

89. Por el vértice de un cono recto cuyo volumen es $\frac{64}{3}\pi\sqrt{3}u^3$, se trazan tres planos tangentes a la circunferencia de la base, determinándose en el plano de la base una región triangular de lados $13u$, $14u$ y $15u$. Entonces el volumen (en u^3) del sólido determinado por los planos y el plano de la base del cono es:

- A) $100\sqrt{3}$ B) $112\sqrt{3}$ C) $90\sqrt{3}$
D) $80\sqrt{3}$ E) $50\sqrt{3}$

90. ¿A qué distancia del vértice de un cono cuya altura mide h unidades se trazará un plano paralelo a la base, para determinar dos sólidos equivalentes?
- A) $\frac{31}{2}\pi$ B) 31π C) 62π
D) $\frac{93}{2}\pi$ E) $\frac{155}{5}\pi$
91. La altura de un cono recto se divide en tres segmentos congruentes por dos puntos y por dichos puntos se trazan planos paralelos a las bases. Si el volumen del cono es de 27m^3 , entonces el volumen del sólido limitado por el tronco de cono inferior es:
- A) 16 B) 17 C) 18
D) 19 E) 20
92. El desarrollo de la superficie lateral de un tronco de cono de revolución, es un trapecio circular de área $30\pi\text{cm}^2$. Si la altura y la generatriz miden 3 cm y 5 cm, respectivamente. Entonces el volumen (en cm^3) del sólido limitado por el tronco de cono es:
- A) $h2^{\frac{1}{3}}$ B) $h2^{\frac{1}{2}}$ C) $\frac{2h}{3}$
D) $\frac{h}{2}$ E) $h(3^{-1})$
93. Los radios de las bases mayor y menor de un tronco de cono recto miden 11 m y 12 m. Entonces, el radio del cilindro de revolución de igual altura que el tronco y equivalente con el tronco de cono es:
- A) 9,5 B) 10,5 C) 11,5
D) 12,5 E) 13,5
94. Se tiene un tronco de cono recto, si los diámetros $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ en las bases del cono miden 3 cm y 6 cm tal que $\overline{AC} \cap \overline{BD} = \{O\}$. Entonces, la razón de los volúmenes de los sólidos determinados por un plano paralelo a las bases y que contiene al punto O es
- A) $\frac{8}{15}\pi g^2$ B) $\frac{11}{15}\pi g^2$ C) πg^2
D) $\frac{16}{15}\pi g^2$ E) $\frac{17}{15}\pi g^2$
95. la generatriz de un tronco de cono recto forma un ángulo agudo con la base inferior de medida 53° . la generatriz es perpendicular al segmento que une su extremo superior con el extremo inferior de la generatriz diametralmente opuesta. Si la generatriz mide g , entonces el área lateral del tronco de cono recto es:
- A) $\frac{37}{76}$ B) $\frac{37}{73}$ C) $\frac{37}{152}$
D) $\frac{7}{19}$ E) $\frac{17}{152}$
96. Determina las dimensiones (radio y altura) de un cilindro de revolución de volumen máximo inscrito en un cono circular recto de radio 6 m y altura 12 m.
- A) 4; 4 B) 4; 2 C) 3; 4
D) 4; 5 E) 4; 2

97. Se muestra un cubo de volumen igual a $6\sqrt{6}$ inscrito en un cono equilátero. Calcule el volumen del cono.



- A) $\frac{(2\sqrt{6} + 9)\pi}{3}$ B) $\frac{(3\sqrt{6} + 10)\pi}{3}$
 C) $\frac{(7\sqrt{6} + 23)\pi}{3}$
 D) $\frac{(10\sqrt{6} + 26)\pi}{3}$ E) $\frac{(11\sqrt{6} + 27)\pi}{3}$
98. Se tiene un tronco de cono donde los radios de las bases son R y r . Si la suma de las áreas de las bases es igual al área de la superficie lateral del tronco. Calcule la altura del tronco de cono.

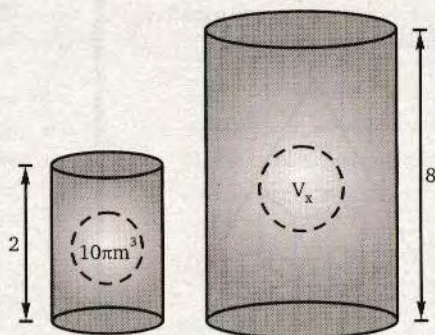
- A) $\frac{2Rr}{R+r}$ B) $\frac{2Rr}{3(R+r)}$
 C) $\frac{Rr}{R+r}$
 D) $\frac{Rr}{2(R+r)}$ E) $\frac{3Rr}{2(R+r)}$

99. A través del vértice de un cono de revolución de traza un plano que forma con la base del cono un ángulo de medida α . Este plano corta a la base por la cuerda AB de longitud a , que une los extremos del arco de la base del cono, correspondiente al ángulo central 2β . Halle el volumen del cono.

- A) $\frac{\pi a^3}{24} \cdot \frac{\sin \alpha \cos \beta}{\sin^3 \beta}$
 B) $\frac{\pi a^3}{24} \cdot \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\cos^3 \beta}$
 C) $\frac{\pi a^3}{24} \cdot \frac{\tan \alpha \sin \beta}{\cos^3 \beta}$
 D) $\frac{\pi a^3}{24} \cdot \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sin^3 \beta}$
 E) $\frac{\pi a^3}{24} \cdot \frac{\tan \alpha \cos \beta}{\sin^3 \beta}$

100. En un cono de revolución se ha inscrito un cilindro de revolución cuya altura es igual al radio de la base del cono. Determine medida del menor ángulo formado por el eje del cono y su generatriz, si se sabe que el área de la superficie total del cilindro es al área de la base del cono como 3 es a 2.

- A) $\arctan\left(\frac{1}{2}\right)$ B) $\arctan\left(\frac{5}{2}\right)$
 C) $\arctan\left(\frac{3}{2}\right)$
 D) $\arctan\left(\frac{2}{3}\right)$ E) $\arctan\left(\frac{3}{4}\right)$

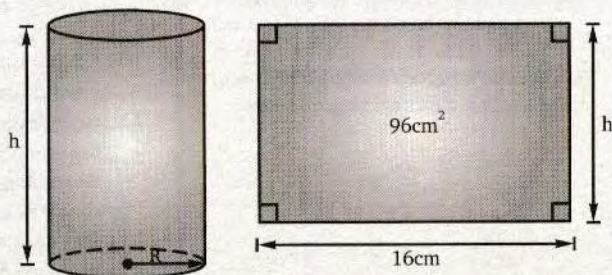
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**Resolución 1:**

Por semejanza de cilindros:

$$\frac{V_x}{10\pi} = \left(\frac{8}{2}\right)^3$$

$$\therefore V_x = 640\pi \text{ m}^3$$

Rpta.: D

Resolución 2:

Piden el volumen del cilindro: V

Del desarrollo: $16h = 96 \Rightarrow h = 6$

También: $2\pi R = 16$

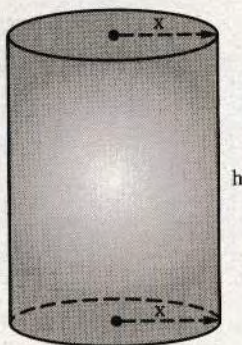
$$\Rightarrow R = \frac{8}{\pi}$$

Luego: $V = \pi \left(\frac{8}{\pi}\right)^2 (6)$

$$\therefore V = \frac{384}{\pi} \text{ cm}^3$$

Rpta.: B

Resolución 3:



Piden x

Dato

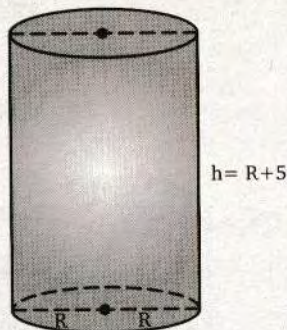
$$V = 3(S_L)$$

$$\Rightarrow \pi x^2 h = 3(2\pi xh)$$

$$\therefore x = 6$$

Rpta.: E

Resolución 4:



Piden: V_{CIL}

Datos: $h = R + 5$ y

$$S_T = 500\pi$$

$$2\pi R(R+h) = 500\pi$$

$$\Rightarrow R(R+R+5) = 250$$

$$\Rightarrow R(2R+5) = 10(2(10)+5)$$

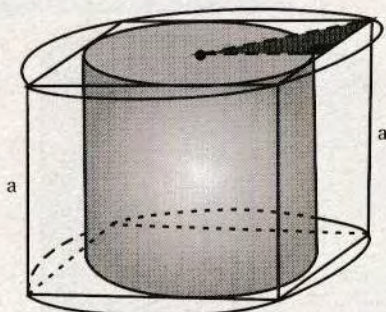
$$\Rightarrow R = 10 \wedge h = 15$$

$$\text{Luego: } V_{CIL} = \pi(10)^2(15)$$

$$\therefore V_{CIL} = 1500\pi m^3$$

Rpta.: B

Resolución 5:



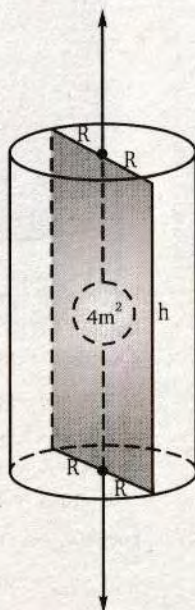
Piden la relación entre áreas laterales

$$\Rightarrow f = \frac{2\pi r a}{2\pi(r\sqrt{2})a} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore f = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Rpta.: A

Resolución 6:

Piden: S_L

$$\text{Dato: } (2R)(h) = 4m^2$$

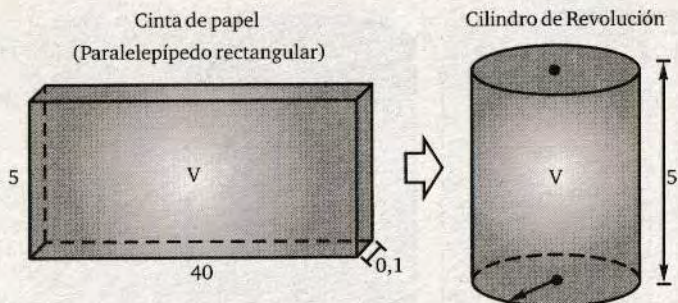
$$2Rh = 4m^2 \quad \times \pi$$

$$2\pi Rh = 4\pi m^2$$

$$\therefore S_L = 4\pi m^2$$

Rpta.: D

Resolución 7:

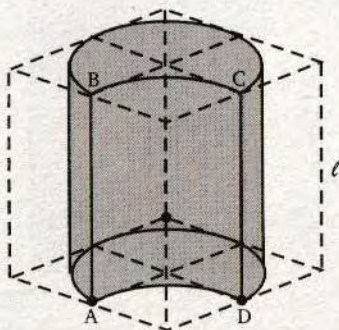


Piden R en el proceso de enrollar el papel, el volumen permanece constante

$$\begin{aligned}\Rightarrow V_{\text{paral.}} &= V_{\text{cil}} \\ (5)(40)(0,1) &= \pi R^2(5) \\ 4 &= \pi R^2 \\ \therefore R &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \text{ cm}\end{aligned}$$

Rpta.: B

Resolución 8:



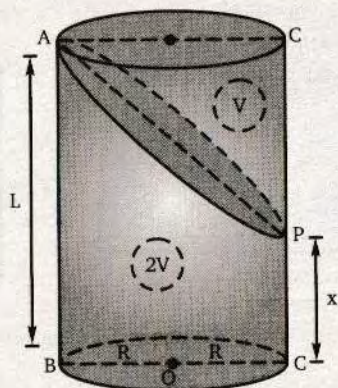
Piden S_L

Al efectuar una rotación de la superficie ABCD obtendremos un cilindro de revolución de radio $\frac{\ell}{2}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow S_L &= 2\pi \left(\frac{\ell}{2}\right) \cdot \ell \\ \therefore S_L &= \pi \ell^2\end{aligned}$$

Rpta.: D

Resolución 9:

Piden: $PD = x$

$$3V = \pi R^2 L \quad \dots (I)$$

$$2V = \pi R^2 \left(\frac{L+x}{2} \right) \quad \dots (II)$$

(I) $\div$ (II):

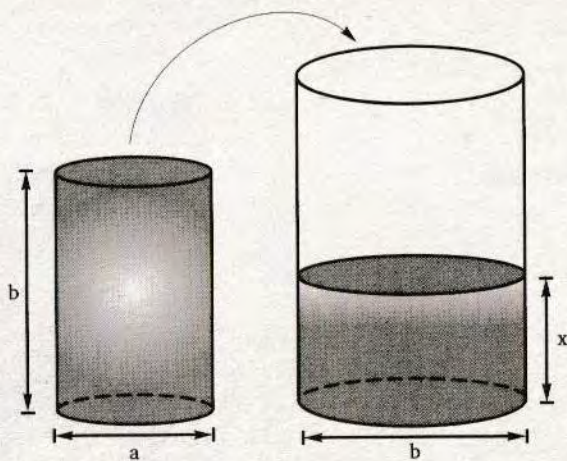
$$\frac{3}{2} = L \left(\frac{2}{L+x} \right)$$

$$3L + 3x = 4L$$

$$\therefore x = \frac{L}{3}$$

Rpta.: A

Resolución 10:

Piden: x

El volumen se mantiene constante luego del proceso de trasvase; entonces:

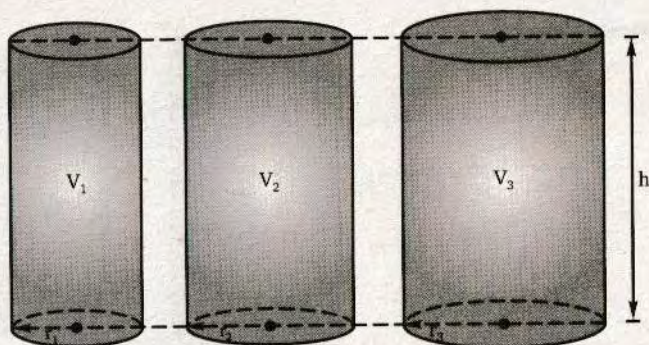
$$\pi \left(\frac{a}{2} \right)^2 \cdot b = \pi \left(\frac{b}{2} \right)^2 \cdot x$$

$$a^2 b = b^2 x$$

$$\therefore \left(\frac{a}{b} \right)^2 b = x$$

Rpta.: A

Resolución 11:



Piden: r_3

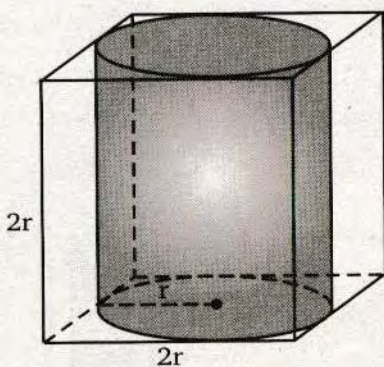
Dato: $V_3 = V_1 + V_2$

$$\Rightarrow \pi r_3^2 h = \pi r_1^2 h + \pi r_2^2 h$$

$$\therefore r_3 = \sqrt{r_1^2 + r_2^2}$$

Rpta.: D

Resolución 12:



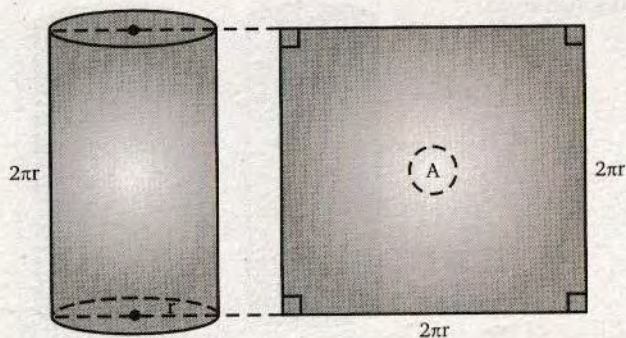
Piden:

$$x = \frac{V_{\text{hex}}}{V_{\text{cil}}} = \frac{(2r)^3}{(\pi r^2)(2r)} = \frac{8r^3}{2\pi r^3}$$

$$\therefore x = \frac{4}{\pi}$$

Rpta.: A

Resolución 13:

Piden: V_{cil} Del Dato: $A = (2\pi r)^2$

$$\Rightarrow r = \frac{\sqrt{A}}{2\pi}$$

Luego: $V_{\text{cil}} = (\pi r)^2 (2\pi r)$

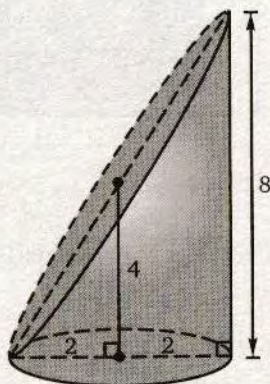
$$V_{\text{cil}} = 2\pi^2 r^3$$

$$\Rightarrow V_{\text{cil}} = 2\pi^2 \left(\frac{\sqrt{A}}{2\pi} \right)^3$$

$$\therefore V_{\text{cil}} = \frac{A\sqrt{A}}{4\pi}$$

Rpta.: D

Resolución 14:

Piden: S_L

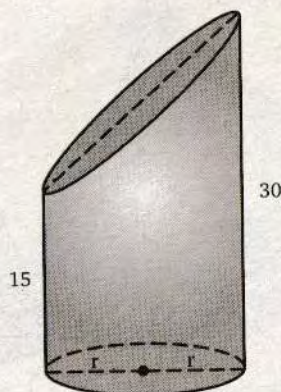
$$\Rightarrow S_L = 2\pi(2)(4)$$

$$\therefore S_L = 16\pi u^2$$

Rpta.: B

CILINDRO - CONO

Resolución 15:

Piden el volumen: V

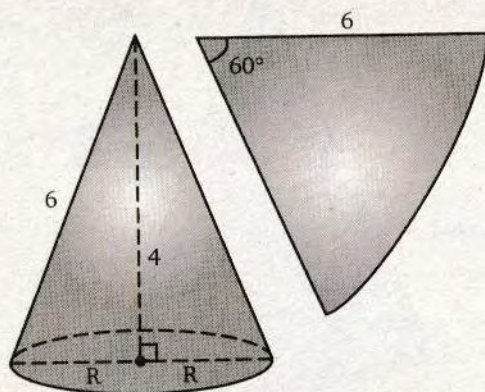
$$\text{Dato: } r = \frac{2\sqrt{\pi}}{\pi}$$

$$\Rightarrow V = \pi \left(\frac{2\sqrt{\pi}}{\pi} \right)^2 \left(\frac{15 + 30}{2} \right)$$

$$\therefore V = 90\text{cm}^3$$

Rpta.: D

Resolución 16:

Piden área total: S_T

$$\frac{R}{6} = \frac{60^\circ}{360^\circ}$$

$$\Rightarrow R = 1$$

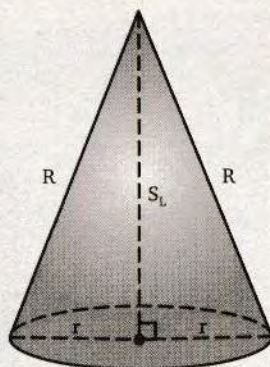
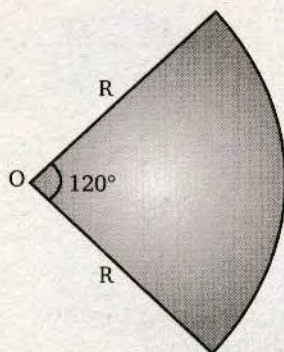
Luego:

$$S_T = \pi(1)(6 + 1)$$

$$\therefore S_T = 7\pi\text{cm}^2$$

Rpta.: C

Resolución 17:



Piden: $\frac{r}{R}$

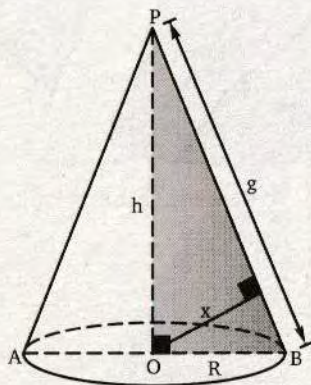
$$S_{\text{SECTOR}} = S_{\text{LATERAL DEL CONO}} = S_L$$

$$\Rightarrow S_L = \frac{\pi R^2 \cdot 120^\circ}{360^\circ} = \pi r R$$

$$\therefore \frac{1}{3} = \frac{r}{R}$$

Rpta.: B

Resolución 18:



Piden: x

Dato:

$$V = S_L$$

$$\frac{\pi R^2 h}{3} = \pi R g$$

$$Rh = 3g \dots (I)$$

△ POB (Relación métrica):

$$rh = gx \dots (II)$$

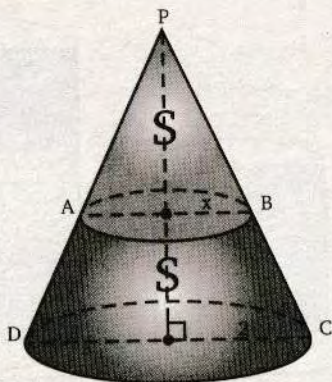
(II) en (I):

$$gx = 3g$$

$$\therefore x = 3$$

Rpta.: C

Resolución 19:



Piden: x

Por semejanza de conos:

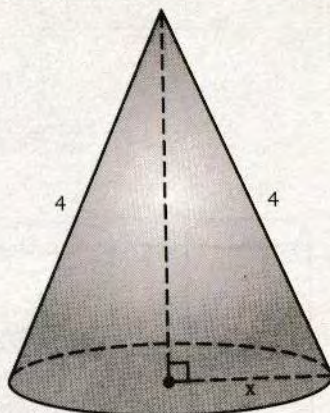
$$\frac{S_{P-AB}}{S_{P-CD}} = \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$\frac{S}{2S} = \frac{x^2}{4}$$

$$\therefore \sqrt{2} = x$$

Rpta.: D

Resolución 20:



Reconstruimos gráficamente el cono:

Del desarrollo (Teorema)

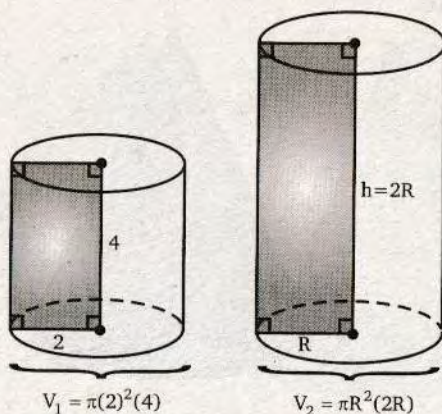
$$\frac{R}{g} = \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$\frac{x}{4} = \frac{90^\circ}{360^\circ}$$

$$\therefore x = 1$$

Rpta.: A

Resolución 21:



Del dato: $V_2 = 8V_1$

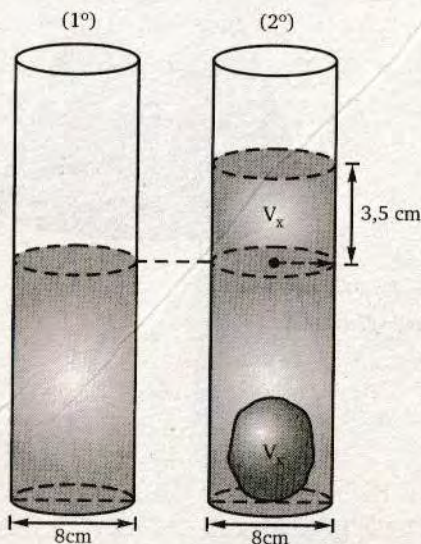
$$\Rightarrow 2\pi R^3 = 8(16\pi)$$

$$R^3 = 64$$

$$\therefore R = 4\text{m} \wedge h = 8\text{m}$$

Rpta.: D

Resolución 22:



Piden el volumen del sólido: V_x

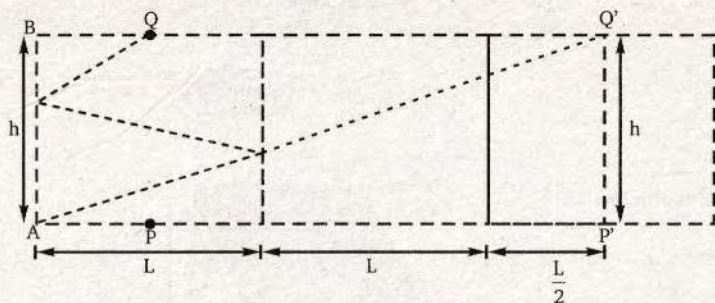
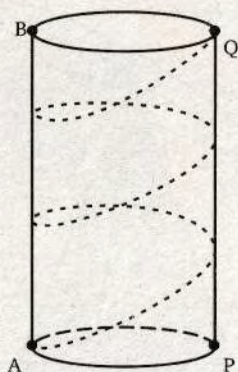
Principio de Arquímedes: El volumen del cuerpo sumergido es igual al volumen del líquido desplazado.

$$\Rightarrow V_x = \pi(4)^2(3,5)$$

$$\therefore V_x = 56\pi\text{cm}^3$$

Rpta.: B

Resolución 23:



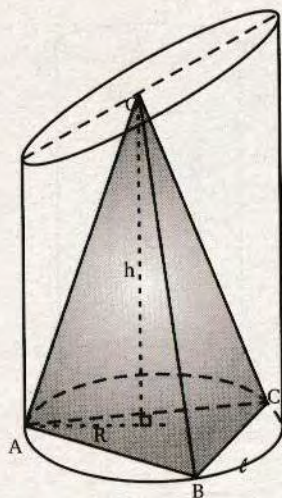
$\triangle AQ'P'$ (Teorema de Pitágoras):

$$x^2 = \left(\frac{5L}{2}\right)^2 + h^2$$

$$\therefore x = \sqrt{\frac{25}{4}L^2 + h^2}$$

Rpta.: B

Resolución 24:

Piden: V_{T-CIL} Dato: $V_{PIR} = 3\sqrt{3}$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \ell^2 h = 3\sqrt{3}$$

$$\ell^2 h = 36$$

Se sabe que $\ell = R\sqrt{3}$

$$\Rightarrow (R\sqrt{3})^2 h = 36$$

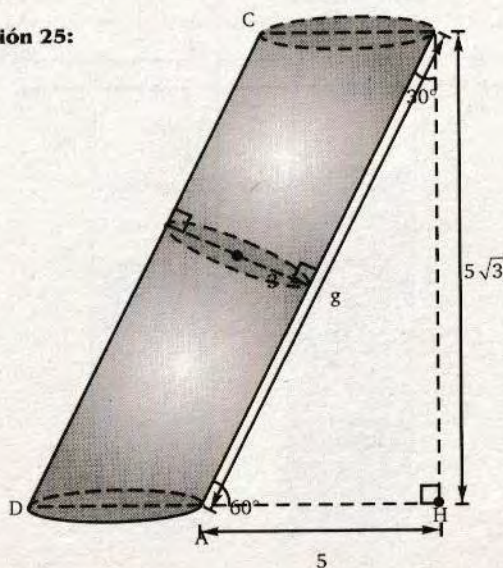
$$R^2 h = 12$$

$$\pi R^2 h = 12\pi \quad \times \pi$$

$$\therefore V_{TCIL} = 12\pi m^3$$

Rpta.: D

Resolución 25:

Piden: S_L $\triangle ABH$ (Notable de 60° y 30°)

$$BH = 5\sqrt{3} \Rightarrow y = 10$$

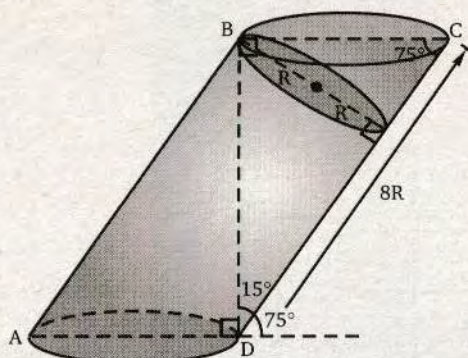
Luego:

$$S_L = 2\pi(3)(10)$$

$$\therefore S_L = 60\pi m^2$$

Rpta.: A

Resolución 26:



Piden volumen: V

Dato: $S_L = 64\pi m^2$

$\triangle DBC$ (Notable de 15° y 75°):

$DC = 4(BH) = 8R$

$\Rightarrow$ Del Dato

$2\pi R(BH) = 64\pi$

$R^2 = 4$

$R = 2$

Luego: $V = \pi R^2 (8R)$

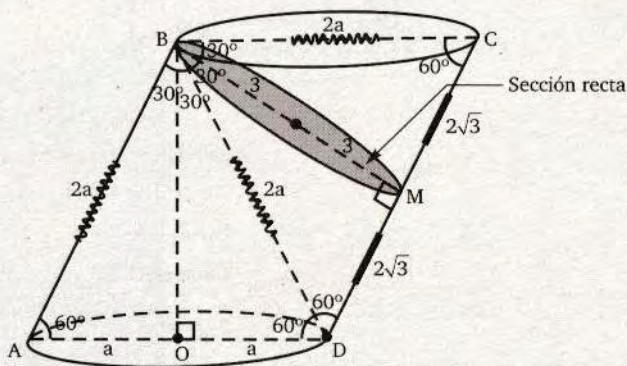
$V = \pi R^3 (8)$

$V = \pi (2)^3 (8)$

$\therefore V = 64\pi m^3$

Rpta.: D

Resolución 27:



Piden: S_L

Como OB es altura $AO = OD$

$\Rightarrow \triangle ABD$ es isósceles

$BC = AO + OD = 2a$

$\Rightarrow \triangle ABD$ y $\triangle DBC$ son equiláteros

$\triangle BMC$ (Notable de 30° y 60°):

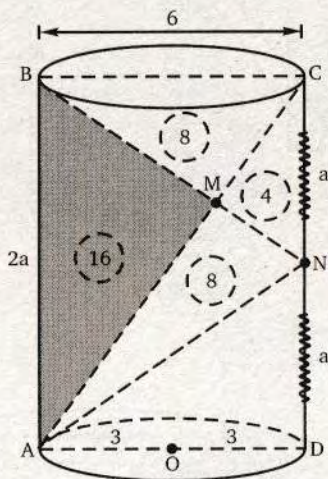
$$\text{Como } BM=6 \Rightarrow MC = 2\sqrt{3} \Rightarrow DC = 4\sqrt{3} = g$$

$$\text{Luego: } S_L = 2\pi(3)(4\sqrt{3})$$

$$\therefore S_L = 24\sqrt{3}\pi\text{cm}^2$$

Rpta.: E

Resolución 28:



Piden volumen: V

Por relación entre áreas de triángulos semejantes:

$$\triangle CNM \sim \triangle ABM :$$

$$\frac{S_{CNM}}{S_{ABM}} = \left(\frac{a}{2a}\right)^2$$

$$\frac{S_{CNM}}{16} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow S_{CNM} = 4$$

Relación de áreas en el trapecio BCNA:

$$\text{Como: } 16 \times 4 = 64$$

$$\Rightarrow S_{BMC} = S_{CMN} = 8$$

Triángulo BCN:

$$S_{CNM} = \frac{6a}{2} = 8 + 4$$

$$a = 4$$

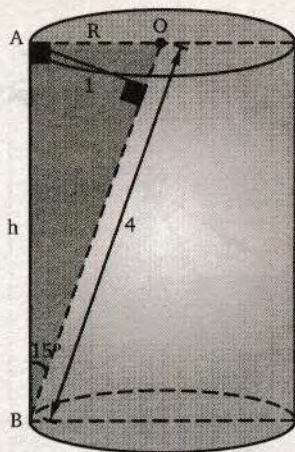
Luego:

$$V = \pi(3)^2(8)$$

$$\therefore V = 72\pi\text{m}^3$$

Rpta.: D

Resolución 29:



Piden: S_L

$\triangle BAD$ (Notable 15° y 75°):

$$AH = \frac{BO}{4} \Rightarrow AH = 1$$

$$Rh = (4)(1)$$

$$\Rightarrow Rh = 4$$

Luego:

$$S_L = \underbrace{2\pi Rh}_4$$

$$\therefore S_L = 8\pi u^2$$

Rpta.: B

Resolución 30:



Piden el área total mínimo de la superficie del cilindro:

Dato: $V = 2$

$$\Rightarrow \pi R^2 h = 2$$

$$\Rightarrow h = \frac{2}{\pi R^2}$$

$$\text{Ahora: } S_T = 2\pi Rh + 2\pi R^2 \Rightarrow S_T = \frac{4}{R} + 2\pi R^2$$

$$\Rightarrow S_T = 2\pi R \left(\frac{2}{\pi R^2} \right) + 2\pi R^2$$

$$S_T = \frac{2}{R} + \frac{2}{R} + 2\pi R^2 \dots (I)$$

Por desigualdad de medias: $\overline{MA} \geq \overline{MG}$

$$\Rightarrow \frac{\frac{2}{R} + \frac{2}{R} + 2\pi R^2}{3} \geq \sqrt[3]{\frac{2}{R} \cdot \frac{2}{R} \cdot 2\pi R^2}$$

$$\text{De (I): } \frac{S_T}{3} \geq 2\sqrt[3]{\pi}$$

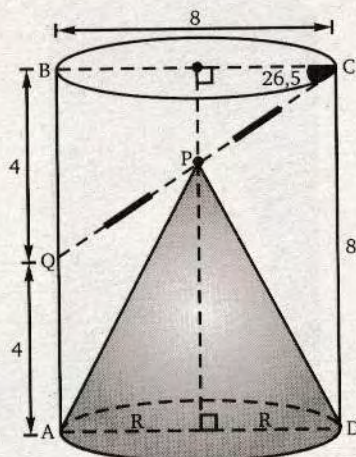
$$S_T \geq 6\sqrt[3]{\pi}$$

$$\therefore (S_T)_{\text{MIN}} = 6\sqrt[3]{\pi}$$

Rpta.: B

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 11

Resolución 31:



Piden: volumen del cono: V

△ BQC (Notable $26,5^\circ = 53^\circ/2$)

$$\Rightarrow BC = 2(BQ) = 8$$

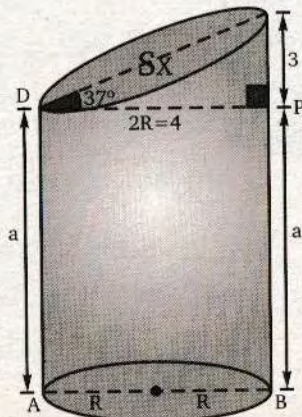
$$\Rightarrow R = 4$$

$$\text{Luego: } V = \frac{\pi(4)^2}{3} \left(\frac{4+8}{2} \right)$$

$$\therefore V = 32\pi m^3$$

Rpta.: C

Resolución 32:



Piden: S_x

Dato: $V = S_L$

Sea g la generatriz media;

Entonces del dato:

$$\pi R^2 g = 2\pi R g$$

$$\Rightarrow R = 2$$

⇒ △ DCP: Notable de 37° y 53°

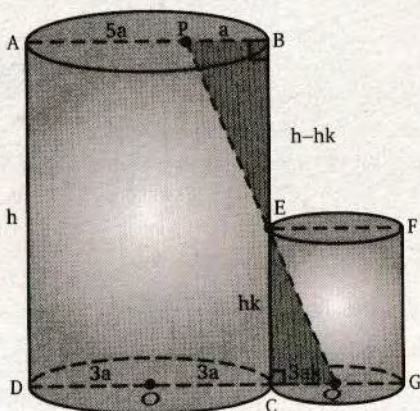
$$\text{Luego: } S_x \cos 37^\circ = \pi R^2$$

$$S_x \left(\frac{4}{5} \right) = \pi (2)^2$$

$$\therefore S_x = 5\pi m^2$$

Rpta.: C

Resolución 33:



Piden la razón de áreas laterales: "f"

Dato: Los cilindros son semejantes

$\Rightarrow$ Sea k la constante de proporcionalidad

$$\Rightarrow \begin{cases} r_1 = 3a \\ r_2 = 3ak \end{cases} \text{ y } \begin{cases} h_1 = h \\ h_2 = hk \end{cases}$$

$\triangle PBE \sim \triangle QCE$:

$$\frac{hk}{3ak} = \frac{h - hk}{a}$$

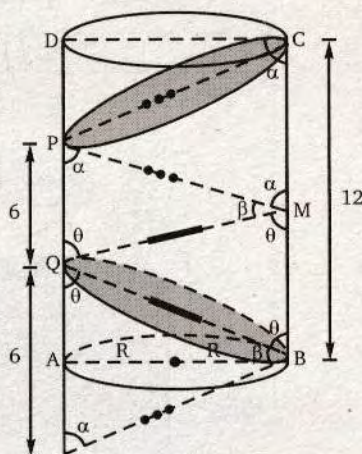
$$\Rightarrow \frac{1}{3} = 1 - k \Rightarrow k = \frac{2}{3}$$

$$\text{Luego: } f = \left(\frac{2}{3} \right)^2$$

$$\therefore f = \frac{4}{9}$$

Rpta.: B

Resolución 34:



Piden: V_{CIL}

Dato: $V_{T-CIL} = 144\pi m^3$

Trazamos $\overline{BE} // \overline{PC}$ (E en la prolongación de $\overline{DA}$)

$\Rightarrow \square PCBE$ es un paralelogramo

$\Rightarrow m\angle PCB = m\angle PEB = \alpha$

$\triangle PCM$ (Isósceles): $m\angle PCM = m\angle PMC = \alpha$

$\triangle QMB$ (Isósceles): $m\angle QMB = m\angle QBM = \theta$

Por ángulos alternos internos completamos medidas en los puntos P y Q

$\triangle PMQ \cong \triangle EBQ$ (L.A.L.)

$\Rightarrow PQ = EQ = 6$

$\Rightarrow BC = EP = 6 + 6 = 12$

Del Dato:

$$V_{T-CIL} = 144\pi$$

$$\pi R^2 \left(\frac{6+12}{2} \right) = 144\pi$$

$$\Rightarrow \pi R^2 = 16$$

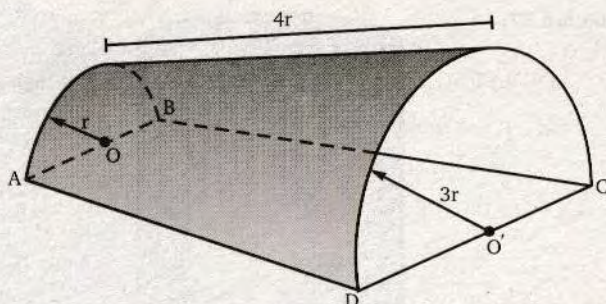
Luego:

$$V_{CIL} = \pi R^2 (12)$$

$$\therefore V_{CIL} = 192\pi m^3$$

Rpta.: A

Resolución 35:



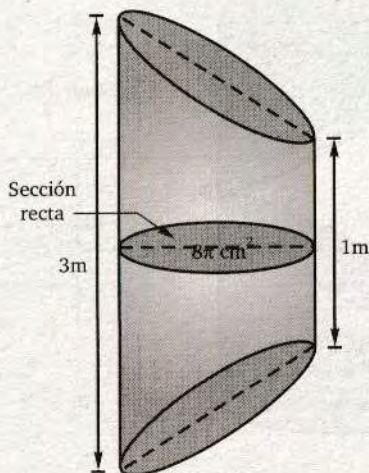
Piden el área de la superficie exterior que corresponde a la mitad de la superficie de un tronco de cono de radios $3r$ y r ; con generatriz $4r$.

$$\Rightarrow S = \frac{\pi(3r + r)(4r)}{2}$$

$$\therefore S = 8\pi r^2$$

Rpta.: A

Resolución 36:

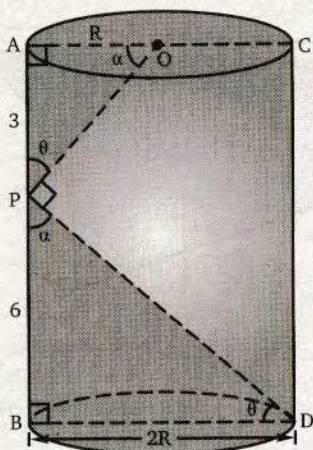


Piden el volumen: V

$$V = (8\pi \text{ cm}^2) \left(\frac{3+1}{2} \right) \text{ cm}$$

$$\therefore V = 16\pi \text{ cm}^3$$

Rpta.: B

Resolución 37:

Piden el volumen: V

$$\triangle OAP \sim \triangle PBD$$

$$\frac{R}{\cancel{6}_3} = \frac{3}{\cancel{2R}_1}$$

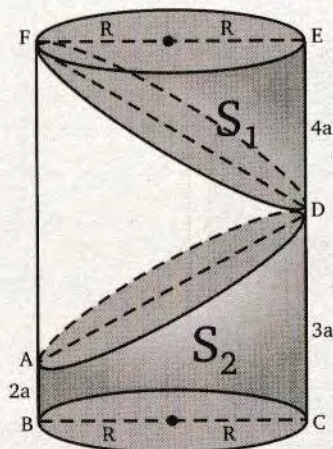
$$R^2 = 9$$

Entonces:

$$V = \pi(9)(9)$$

$$\therefore V = 81\pi \text{ m}^3$$

Rpta.: D

Resolución 38:

Piden la relación de áreas: $\frac{S_1}{S_2}$

Dato: $\frac{AB}{2} = \frac{DC}{3} = \frac{ED}{4}$

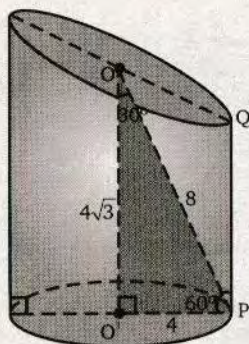
$$\Rightarrow \begin{cases} S_1 = 2\pi R \left(\frac{4a}{2} \right) \\ S_2 = 2\pi R \left(\frac{2a + 3a}{2} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_1 = 4\pi Ra \\ S_2 = 5\pi Ra \end{cases}$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{5}$$

Rpta.: D

Resolución 39:



Piden el volumen: V

Datos: $m\widehat{OPQ} = 30^\circ$ y $OP = 8m$

$\triangle OO'P$ (Notable de 30° y 60°)

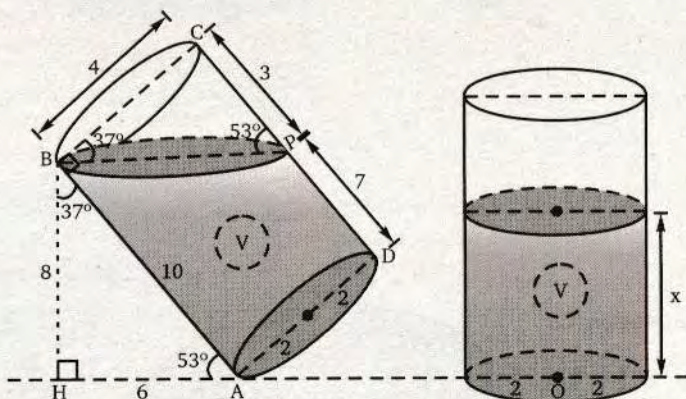
$$\Rightarrow O'P = 4 \wedge O'O = 4\sqrt{3}$$

$$\text{Luego: } V = (4)^2(4\sqrt{3})$$

$$\therefore V = 64\sqrt{3}\pi m^3$$

Rpta.: B

Resolución 40:



Piden: x

El volumen del líquido permanece constante

$\triangle AHB$ (Notable de 37° y 53°)

$$\Rightarrow AB = 10$$

$\triangle BCH$ (Notable de 37° y 53°)

$$\Rightarrow CP = 3 \Rightarrow PD = 7$$

Luego:

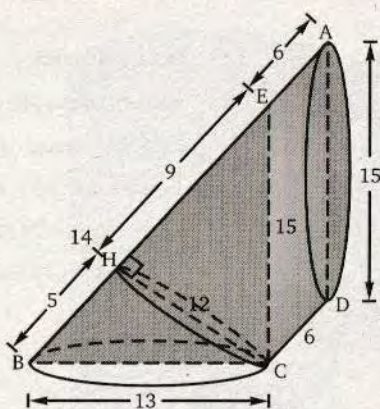
$$V = \pi(2)^2 \left(\frac{10+7}{2} \right) = \pi(2)^2 x$$

$$\frac{17}{2} = x$$

$$\therefore x = 8,5cm$$

Rpta.: D

Resolución 41:

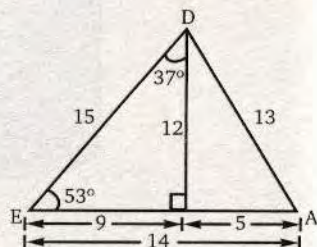


$$\text{Piden: } \frac{V_{AHD}}{V_{BHD}}$$

Trazamos: $\overline{DE} \parallel \overline{CB}$

$$\Rightarrow EB = 6 \wedge AE = 14$$

ΔADE : Recuerde



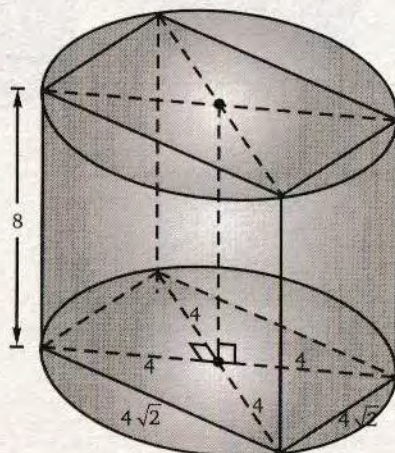
Luego:

$$\begin{cases} V_{AHD} = \pi(6)^2 \left(\frac{5}{2} \right) \\ V_{BHD} = \pi(6)^2 \left(\frac{15+6}{2} \right) \end{cases}$$

$$\therefore \frac{V_{AHD}}{V_{BHD}} = \frac{5}{21}$$

Rpta.: A

Resolución 42:



Piden:

El volumen del sólido entre el prisma y de cilindro. V_x

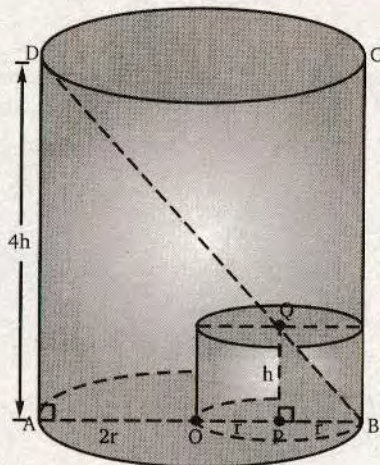
$$\Rightarrow V_x = \pi(4)^2(8) - (4\sqrt{2})^2(8)$$

$$V_x = (4)^2(8)(\pi - \sqrt{2}^2)$$

$$\therefore V_x = 128(\pi - 2)\text{cm}^3$$

Rpta.: A

Resolución 43:



Piden la razón "f" de volúmenes de los cilindros

$\triangle BPQ \sim \triangle BAD$:

$$\frac{BP}{BA} = \frac{r}{4r} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{PQ}{AD} = \frac{1}{4}$$

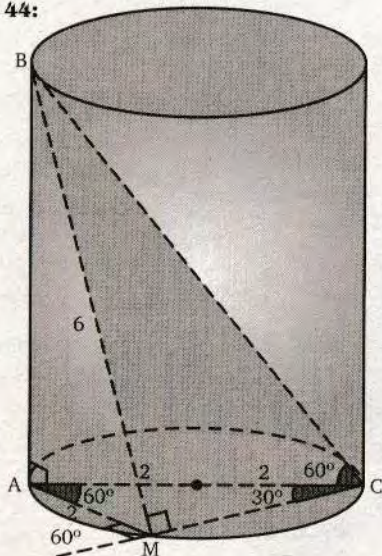
Luego:

$$f = \frac{\pi r^2 h}{\pi (2r)^2 (4h)}$$

$$\therefore f = \frac{1}{16}$$

Rpta.: B

Resolución 44:



Piden el volumen: V

Como $\overline{AC}$ es diámetro; entonces $m\widehat{AMC} = 90^\circ$

Teorema de las 3 perpendiculares:

$$\overline{BA} \perp \overline{AM} \wedge \overline{AM} \perp \overline{MC} \Rightarrow \overline{BM} \perp \overline{MC}$$

$$\angle \text{inscrito: } m\widehat{ACM} = 30^\circ \Rightarrow m\widehat{CAM} = 60^\circ$$

$\triangle AMC$ y $\triangle CMB$ (notables de 30° y 60°):

$$\Rightarrow AM = 2 \wedge MB = (2\sqrt{3})(\sqrt{3}) = 6$$

$$\wedge AC = 4 \Rightarrow R = 2$$

$\triangle BAM$ (Teorema de pitágoras)

$$6^2 = 2^2 + (BA)^2$$

$$\Rightarrow 4\sqrt{2} = BA$$

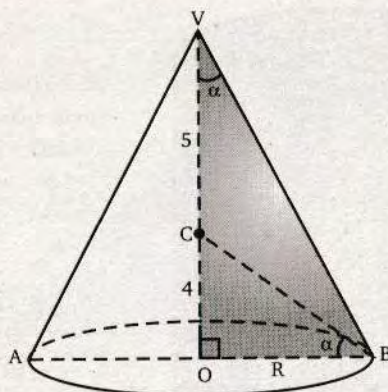
$$\text{Luego: } V = \pi (2)^2 (4\sqrt{2})$$

$$\therefore V = 16\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3$$

Rpta.: A

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 11

Resolución 45:



Piden volumen: V

 $\triangle VOB$ (Teorema de Semejanza)

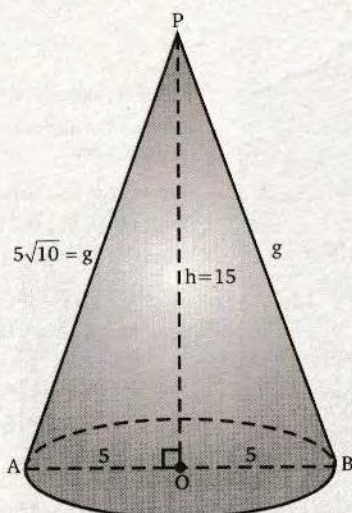
$$R^2 = (9)(4) \Rightarrow R = 6$$

$$\text{Luego: } V = \frac{\pi(6)^2(9)}{3}$$

$$\therefore V = 108\pi \text{ m}^3$$

Rpta.: D

Resolución 46:

Piden: S_L

$$\text{Dato: } V_{\text{cono}} = 125\pi$$

$$\Rightarrow \frac{\pi(5)^2 h}{3} = 125\pi$$

$$\Rightarrow h = 15$$

Luego: $\triangle APO$

(notable de catetos de 1 a 3)

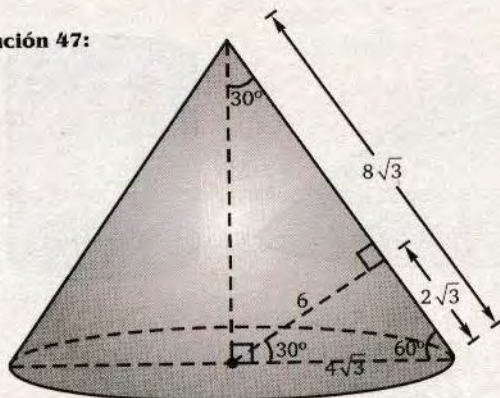
$$\Rightarrow g = 5\sqrt{10}$$

$$\text{Luego: } S_L = \pi(5)(5\sqrt{10})$$

$$\therefore S_L = 25\sqrt{10}\pi \text{ cm}^2$$

Rpta.: C

Resolución 47:



Piden: S_L

Utilizando el $\triangle$ notable de 30° y 60° completamos longitudes:

$$R = 4\sqrt{3} \wedge g = 8\sqrt{3}$$

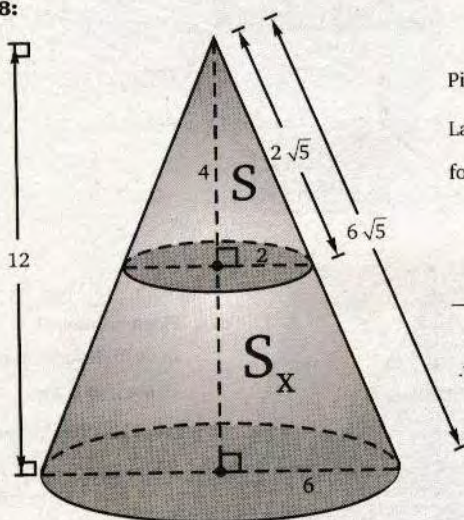
Luego:

$$S_L = \pi(4\sqrt{3})(8\sqrt{3})$$

$$\therefore S_L = 96\pi m^2$$

Rpta.: E

Resolución 48:



Piden: S_X

La altura; el radio y la generatriz forman un $\triangle$ Notable aprox. de $\frac{53^\circ}{2}$

$$S_X + S = \pi(6)(6\sqrt{5}) \quad (-)$$

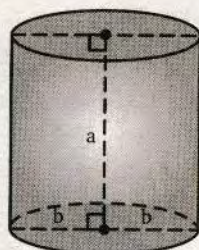
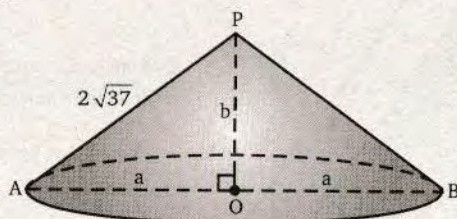
$$S = \pi(2)(2\sqrt{5})$$

$$S_X = 36\sqrt{5}\pi - 4\sqrt{5}\pi$$

$$\therefore S_X = 32\sqrt{5}\pi m^2$$

Rpta.: B

Resolución 49:

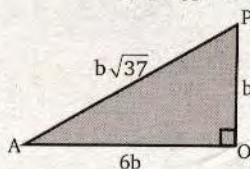


Piden: $S_{L-(CONO)}$

Dato: $V_{CONO} = 2V_{CIL}$

$$\frac{\pi ab^2}{3} = 2(\pi b^2 a)$$

$$\Rightarrow a = 6b$$



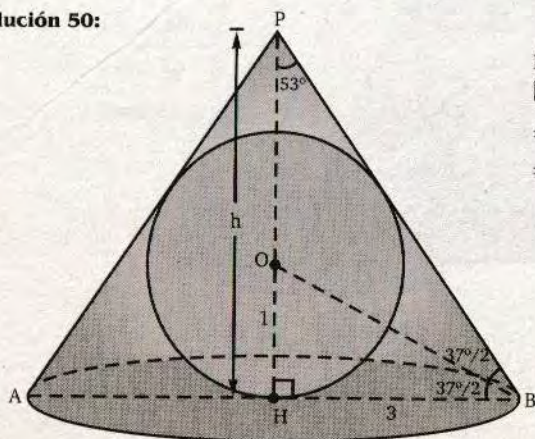
$$\Rightarrow b = 2 \wedge a = 12$$

Luego: $S_{L-(CONO)} = \pi (12)(2\sqrt{37})$

$$\therefore S_{L-(CONO)} = 24\sqrt{37}\pi m^2$$

Rpta.: E

Resolución 50:



Piden volumen: V

$\triangle OHB$ (Notable aprox. de $\frac{37^\circ}{2}$)

$\Rightarrow m\angle HBP = 37^\circ$

$\Rightarrow \triangle PHB$ (Notable aprox. de 37° y 53°):

$$HB = 3 = 4 \left(\frac{3}{4} \right)$$

$$\Rightarrow h = 3 \left(\frac{3}{4} \right)$$

$$\Rightarrow h = \frac{9}{4}$$

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 11

Teorema de Pitágoras: $3^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + h^2$

$$\Rightarrow h = \frac{\sqrt{35}}{2}$$

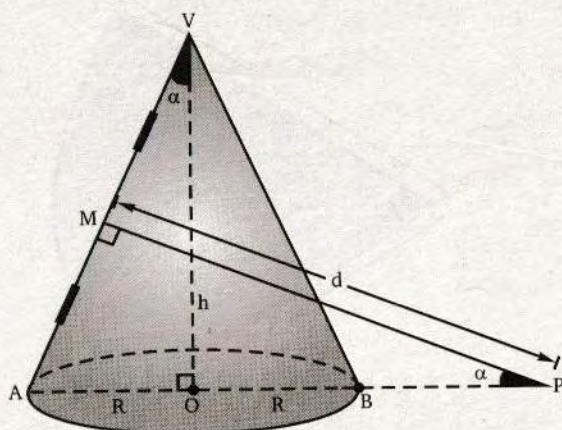
Luego:

$$V = \frac{\pi}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{35}}{2}\right)$$

$$\therefore V = \frac{\sqrt{35}}{24} \pi m^3$$

Rpta.: A

Resolución 52:



$$\text{Piden: } V_{xS_L} = \frac{\pi R^2 h}{3} \cdot \pi R g$$

$$V_{xS_L} = \frac{\pi^2 R^3}{3} (hg) \dots (I)$$

$$\triangle AVO \sim \triangle APM :$$

$$\frac{h}{d} = \frac{R}{g/2} \Rightarrow hg = 2Rd \dots (II)$$

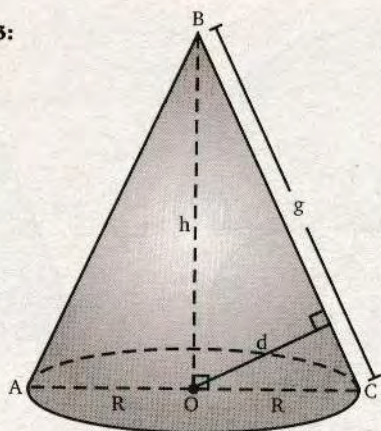
(II) en (I):

$$V_{xS_L} = \frac{\pi^2 R^3}{3} (2Rd)$$

$$\therefore V_{xS_L} = \frac{2}{3} \pi^2 d R^4$$

Rpta.: E

Resolución 53:



Piden volumen del cono: V

* Por relaciones métricas en el $\triangle BDC$:

$$Rh = gd$$

* Del dato: $S_l = S$

$$\pi Rg = S$$

$$\pi Rg \cdot d = S \cdot d$$

$$\Rightarrow \pi R^2 h = Sd$$

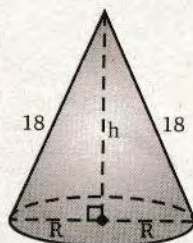
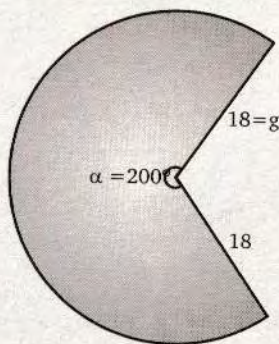
$$\pi R^2 h = Sd$$

$$\frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{Sd}{3}$$

$$\therefore V = \frac{Sd}{3}$$

Rpta.: B

Resolución 54:



Piden volumen del cono: V

Teorema: $\frac{R}{18} = \frac{200^\circ}{360^\circ}$

$$\Rightarrow R = 10$$

Aplicando el Teorema de Pitágoras:

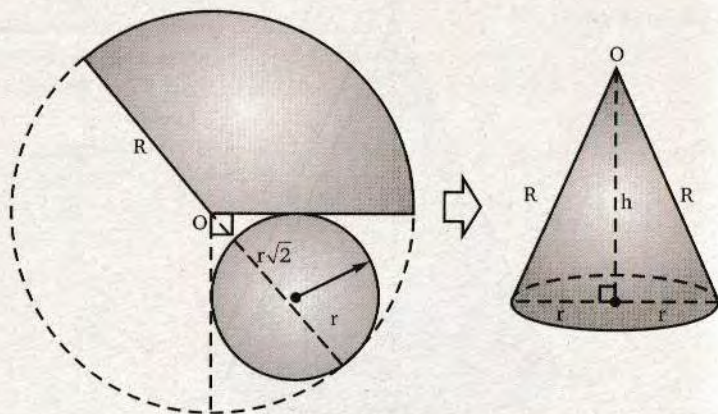
$$(18)^2 = h^2 + (10)^2 \Rightarrow h = 4\sqrt{14}$$

Luego: $V = \frac{1}{3} \pi (10)^2 (4\sqrt{14})$

$$\therefore V = \frac{400}{3} \pi \sqrt{14} \text{ cm}^3$$

Rpta.: D

Resolución 55:



Piden: h

$$r\sqrt{2} + r = R$$

$$\Rightarrow r = R(\sqrt{2} - 1)$$

También:

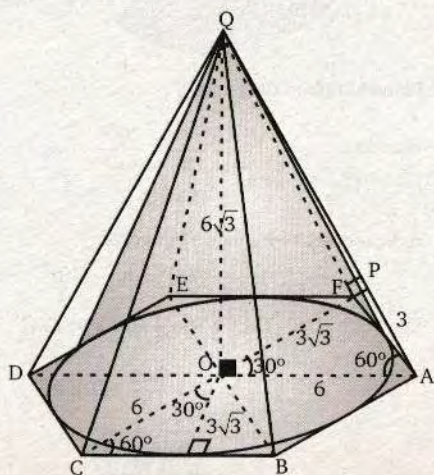
$$R^2 = h^2 + r^2$$

$$\Rightarrow R^2 = h^2 + [R(\sqrt{2} - 1)]^2$$

$$\therefore h = R\sqrt{2\sqrt{2} - 2}$$

Rpta.: E

Resolución 56:



Piden V_{col}

$\triangle OPA$ (Notable de 30° y 60°)

$\triangle QOA$ (Notable de 30° y 60°)

$$\Rightarrow h = 6\sqrt{3}$$

Además: Inradio:

$$R = 3\sqrt{3}$$

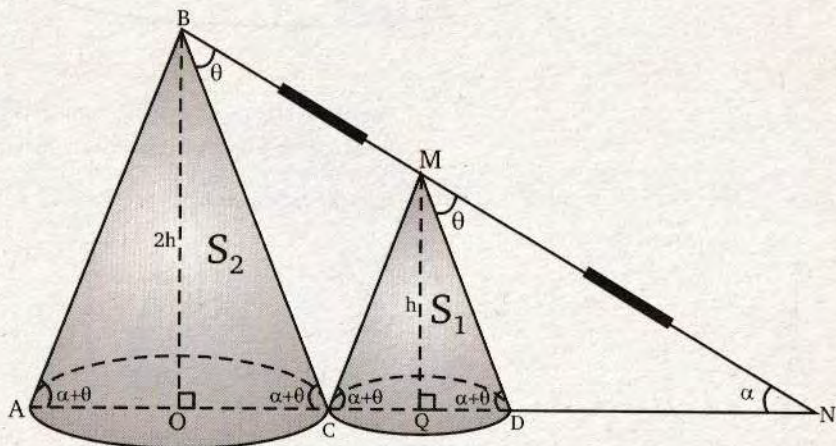
Luego:

$$V_{\text{CIL}} = \frac{\pi(3\sqrt{3})^2 (6\sqrt{3})}{3}$$

$$\therefore V_{\text{CIL}} = 54\sqrt{3}\pi\text{m}^3$$

Rpta.: D

Resolución 57:



Piden: $\frac{S_1}{S_2}$

Dato: $BM = MN \Rightarrow \overline{MQ}$ es base media del $\triangle BON$
completando medidas angulares

$$m\angle MDQ = m\angle MCQ = m\angle BCO = m\angle BAO = \alpha + \theta$$

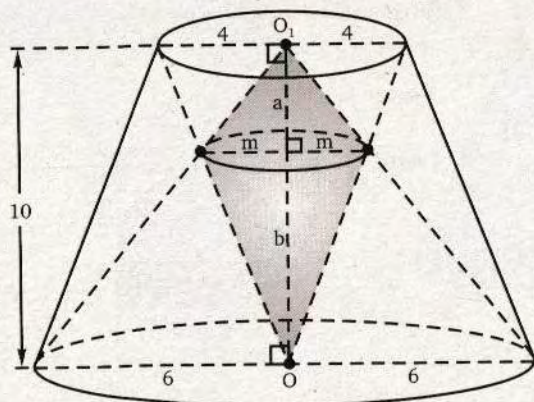
$\Rightarrow$ Los conos de área lateral son semejantes S_1 y S_2

$$\Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{h}{2h}\right)^2$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{4}$$

Rpta.: C

Resolución 58:



Piden el volumen V_x de un sólido formado por dos conos que comparten la misma base de radio m .

Teorema de Semejanza:

$$m = \frac{4 \times 6}{4 + 6} \Rightarrow m = \frac{12}{5}$$

Luego:

$$V_x = \frac{\pi m^2 a}{3} + \frac{\pi m^2 b}{3}$$

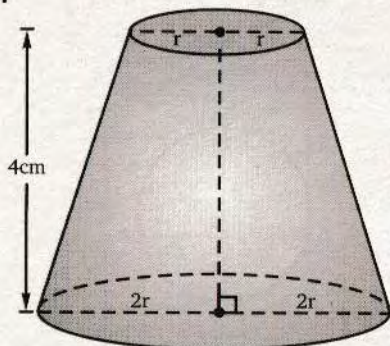
$$V_x = \frac{\pi m^2}{3} (a + b)$$

$$V_x = \frac{\pi}{3} \left(\frac{12}{5} \right)^2 (10)$$

$$\therefore V_x = 19,2\pi m^3$$

Rpta.: E

Resolución 59:



Piden: r

Dato: $V = 336\pi$

$$\Rightarrow \frac{\pi(4)}{3}(r^2 + (2r)^2 + (r)(2r)) = 336\pi$$

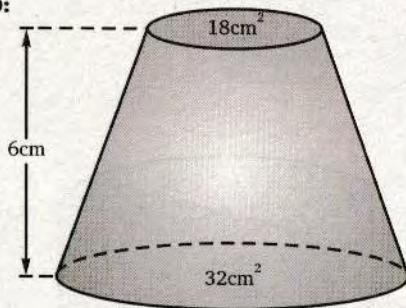
$$\frac{1}{3}(7r^2) = 84$$

$$r^2 = 36$$

$$\therefore r = 6\text{ cm}$$

Rpta.: E

Resolución 60:



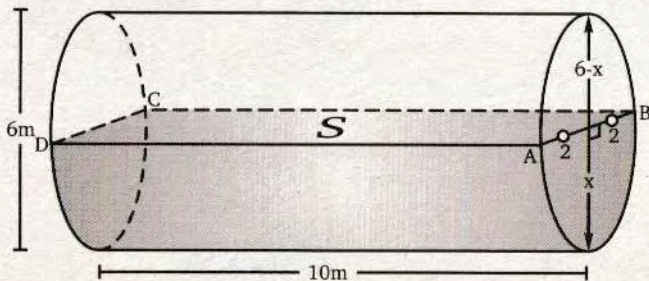
$$V = \frac{\pi(6)}{3}(32 + 18 + \sqrt{32 \cdot 18})$$

$$V = 2\pi(50 + 24)$$

$$\therefore V = 148$$

Rpta.: B

Resolución 61:

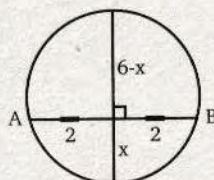


BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 11

Piden: x Dato: $S = 40 \text{ m}^2$

$$\Rightarrow (10)(AB) = 40$$

$$AB = 4$$

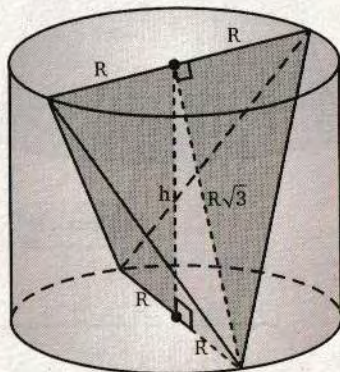
 $\Rightarrow$ Teorema de las cuerdas:

$$x(6-x) = (2)(2)$$

$$x^2 - 6x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4(4)}}{2}$$

$$\therefore x = 3 + \sqrt{5} \quad \text{o} \quad x = 3 - \sqrt{5}$$

Rpta.: E**Resolución 62:**Piden: h

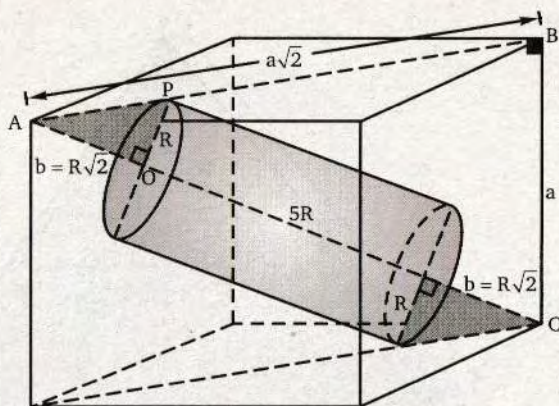
Por el Teorema de Pitágoras:

$$(R\sqrt{3})^2 = R^2 + h^2$$

$$\therefore h = R\sqrt{2}$$

Rpta.: C

Resolución 63:



Piden: volumen del cilindro: V

$$V = \pi R^2 \cdot (5R)$$

$$V = 5\pi R^3 \dots\dots\dots (I)$$

$$\triangle APO \sim \triangle ACB$$

$$\frac{R}{b} = \frac{a}{a\sqrt{2}}$$

$$\rightarrow b = R\sqrt{2}$$

Luego la longitud de la diagonal del cubo será:

$$R\sqrt{2} + 5R + R\sqrt{2} = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow R = \frac{a\sqrt{3}}{5 + 2\sqrt{2}} \dots\dots\dots (II)$$

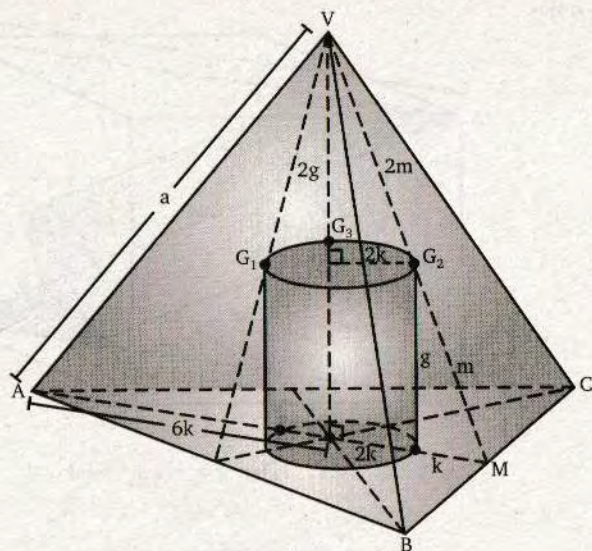
(II) en (I):

$$V = 5\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{5 + 2\sqrt{2}} \right)^3$$

$$\therefore V = \frac{15\pi a^3 \sqrt{3}}{(5 + 2\sqrt{2})^3}$$

Rpta.: D

Resolución 64:

Piden: $S_{LAT(CIL)}$ Dato: $G^{\circ}, G_2; G_3$ son baricentros

$$h = 3g = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow g = \frac{a\sqrt{6}}{9}$$

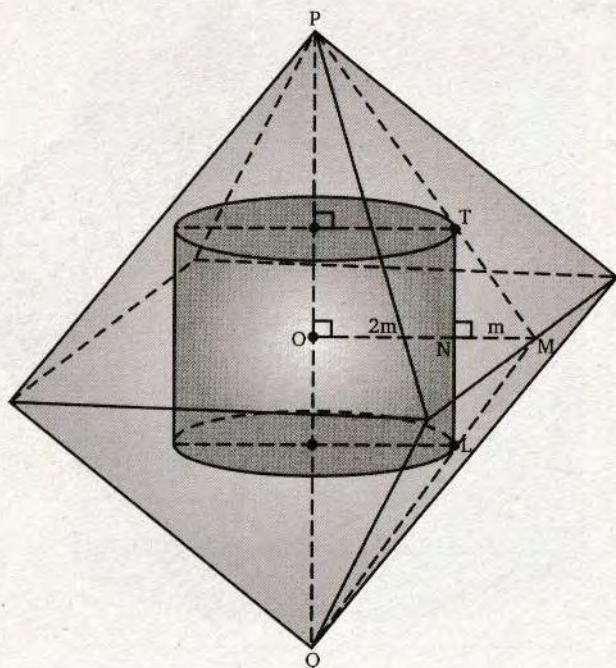
$$r = 2k \wedge 9k = \frac{a}{2}\sqrt{3} \Rightarrow 2k = \frac{a\sqrt{3}}{9} = r$$

$$\text{Luego: } S_{LAT(CIL)} = 2\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{9} \right) \left(\frac{a\sqrt{6}}{9} \right)$$

$$\therefore S_{LAT(CIL)} = \frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{27}$$

Rpta.: B

Resolución 65:



$$\text{Piden: } x = \frac{V_{\text{OCT}}}{V_{\text{CIL}}}$$

$$\text{Dato: } \frac{TL}{PQ} = \frac{1}{3}$$

$$\Delta PQM \sim \Delta TLM:$$

$$\frac{NM}{OM} = \frac{TL}{PQ} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} ON = 2m \\ NM = m \end{cases}$$

$$\text{Además: } PQ = 6m\sqrt{2} \Rightarrow TL = 2m\sqrt{2}$$

Luego:

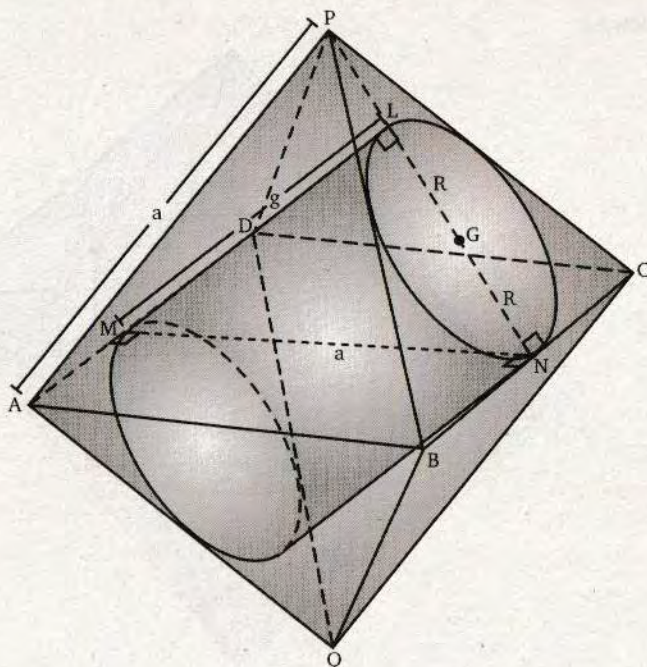
$$x = \frac{\frac{\sqrt{2}}{3} (6m)^3}{\pi (2m)^2 (2m\sqrt{2})}$$

$$\therefore x = \frac{9}{\pi}$$

Rpta.: B

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 11

Resolución 66:



Piden volumen del cilindro: V

G es centro de la circunferencia y baricentro del triángulo equilátero PBC

$$\Rightarrow R = \frac{1}{3} \left(\frac{a}{2} \sqrt{3} \right)$$

$$\Rightarrow R = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$\triangle MNL$ (Teorema de Pitágoras):

$$a^2 = (2R)^2 + g^2$$

$$\Rightarrow a^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{3} \right)^2 + g^2 \Rightarrow g = \left(\frac{a\sqrt{6}}{3} \right)$$

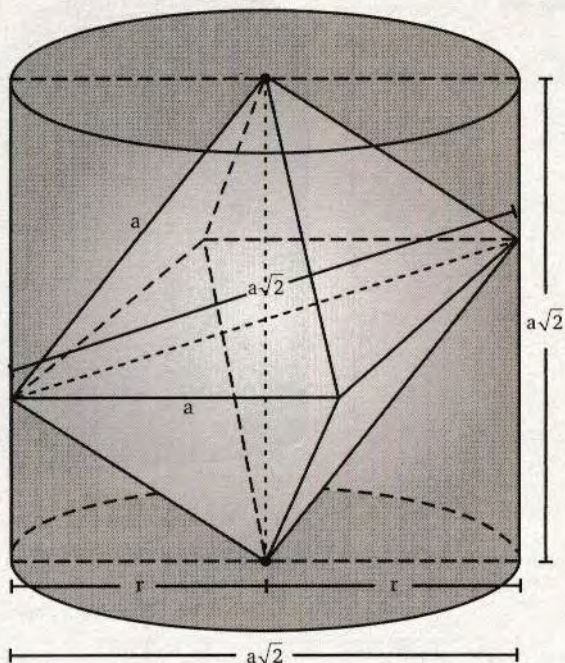
$$V = \pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{3} \right)^2 \left(\frac{a\sqrt{6}}{3} \right)$$

$$V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{36}$$

$$\therefore V = \frac{\pi a^3}{6\sqrt{6}}$$

Rpta.: D

Resolución 67:



Piden: V_{CIL}

Si "a" es el lado del octaedro regular:

$$V_{\text{OCT}} = V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$$

Para el cilindro: $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$$\Rightarrow V_{\text{CIL}} = \pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2 \cdot (a\sqrt{2})$$

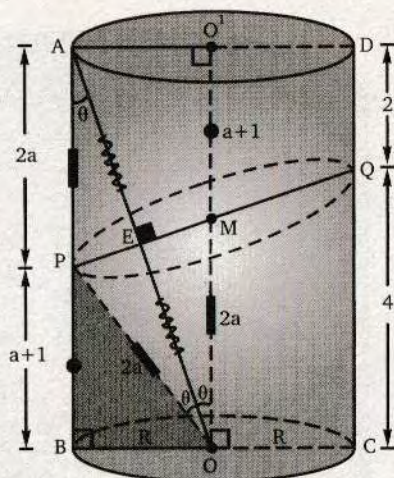
$$V_{\text{CIL}} = \pi \frac{\sqrt{2}}{2} a^3 = \frac{\pi}{2} \cdot \underbrace{\left(\frac{\sqrt{2}}{3} a^3 \right)}_V \cdot 3$$

$$\therefore V_{\text{CIL}} = \frac{3\pi V}{2}$$

Rpta.: C

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 11

Resolución 68:



Piden el volumen del tronco de cilindro PBCQ: V

Teorema de la Mediatriz:

$$AP = PO = 2a$$

ΔPOM : $\overline{OE}$ es altura y bisectriz

$$\Rightarrow PO = OM = 2a$$

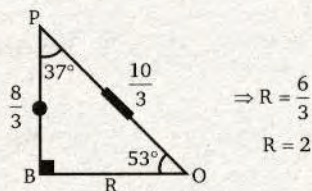
$\square APQD$ (Teorema de la mediana)

$$MO' = \frac{2a + 2}{2} = a + 1$$

$$\Rightarrow PB = a + 1$$

$$\text{Además } AB = 3a + 1 = 6 \Rightarrow a = \frac{5}{3}$$

En el $\triangle PBO$



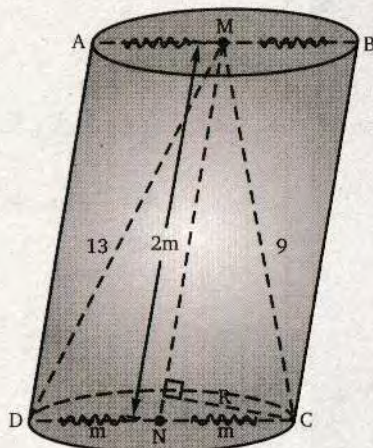
$$\text{Luego } V = \pi (2)^2 (2a)$$

$$V = \pi (4) \left(\frac{10}{3} \right)$$

$$\therefore V = \frac{40\pi}{3} \mu^3$$

Rpta.: C

Resolución 69:



Piden volumen: V

Dato: $AB = BC = CD$

$\triangle MNC$ (Teorema de la mediana):

$$13^2 + 9^2 = 2(2m)^2 + \left(\frac{2m}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow m = 5$$

$\triangle MCN$ (Teorema de Herón):

$$P = \frac{5+10+9}{2} \Rightarrow P = 12$$

$$\Rightarrow R = \frac{2}{10} \sqrt{12(7)(2)(3)}$$

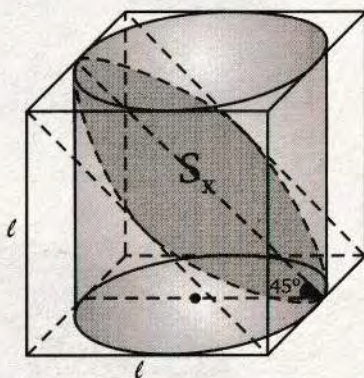
$$\Rightarrow R = \frac{6}{5} \sqrt{14}$$

$$\text{Luego: } V = \pi \left(\frac{6}{5} \sqrt{14} \right)^2 (10)$$

$$\therefore V = \frac{1008\pi}{5} \mu^3$$

Rpta.: D

Resolución 70:



Piden volumen: S_x

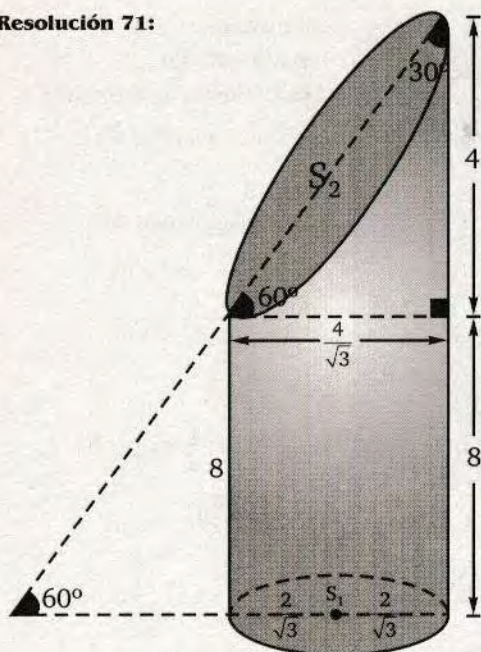
$$\Rightarrow S_x \cdot \cos 45^\circ = S_{\text{BASE (CIL)}}$$

$$S_x \frac{1}{\sqrt{2}} = \pi \left(\frac{l}{2} \right)^2$$

$$\therefore S_x = \frac{\pi l^2 \sqrt{2}}{4}$$

Rpta.: E

Resolución 71:



Piden: $\frac{S_1}{S_2}$

$$S_L = 2\pi \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right) \left(\frac{8+12}{2} \right)$$

$$S_L = \frac{40\sqrt{3}}{3} \pi \dots\dots (I)$$

También:

$$S_1 = S_2 \cos 60^\circ$$

$$\pi \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2 = S_2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{3} \pi = S_2 \dots\dots (II)$$

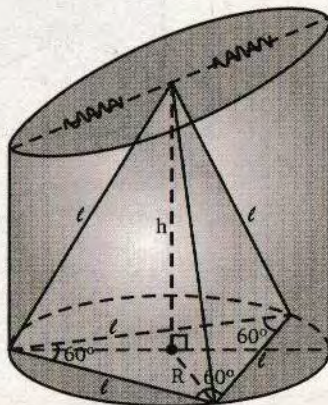
Luego:

De (I) y (II)

$$\frac{S_1}{S_2} = 5\sqrt{3}$$

Rpta.: E

Resolución 72:



Piden: $V_{\text{TRONCO-CIL}} = V$

En la base $\ell = \sqrt{3}R \Rightarrow R = \frac{\ell}{\sqrt{3}}$

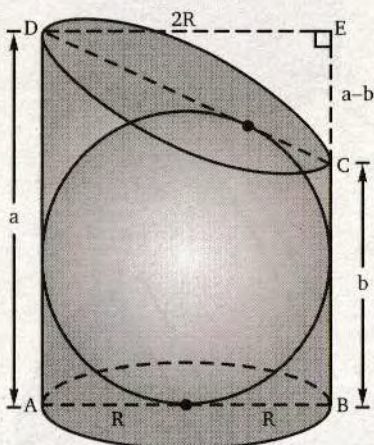
$$h = \frac{\sqrt{6}}{3} \ell$$

$$\text{Luego: } V = \pi \left(\frac{\ell}{\sqrt{3}} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{6}}{3} \ell \right)$$

$$\therefore V = \frac{\pi \ell^3 \sqrt{6}}{9}$$

Rpta.: C

Resolución 73:



Piden volumen: V

Teorema de Pitot:

$$CD + 2R = a + b$$

$$\Rightarrow CD = a + b - 2R$$

Teorema de Pitágoras:

$$(CD)^2 = (2R)^2 + (a-b)^2$$

$$\Rightarrow (a+b-2R)^2 = (2R)^2 + (a-b)^2$$

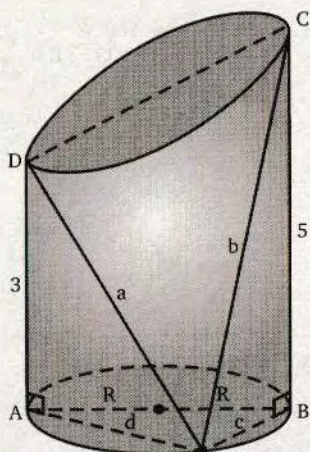
$$\Rightarrow 2ab - 4aR - 4bR = -2ab$$

$$\Rightarrow \frac{ab}{a+b} = R$$

$$\text{Luego: } V = \pi \left(\frac{ab}{a+b} \right)^2 \left(\frac{a+b}{2} \right)$$

$$\therefore V = \frac{\pi a^2 b^2}{2(a+b)}$$

Rpta.: B

Resolución 74:

Piden volumen: V

Dato: $PC^2 + PD^2 = 50\text{cm}^2$

$$b^2 + a^2 = 50$$

Teorema de Pitágoras:

$$\begin{cases} a^2 = d^2 + 3^2 \\ b^2 = c^2 + 5^2 \end{cases} \quad \downarrow +$$

$$50 = (2R)^2 + 34$$

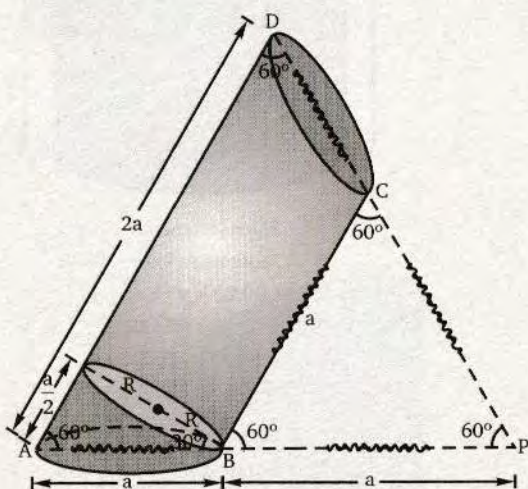
$$\Rightarrow R=2$$

Luego:

$$V = \pi (2)^2 \left(\frac{3+5}{2} \right)$$

$$\therefore V = 16\pi \text{ cm}^3$$

Rpta.: C

Resolución 75:

Piden el volumen: V

Dato: $AB = CD \wedge \begin{cases} AD = 2a \\ BC = a \end{cases}$

Como: $\overline{AD} \parallel \overline{BC} \Rightarrow BC$ es base media del $\triangle ADP$

Luego: $AB = BP = DC = CP = BC = a$

y $\triangle ADP$ y $\triangle BCP$ son equiláteros

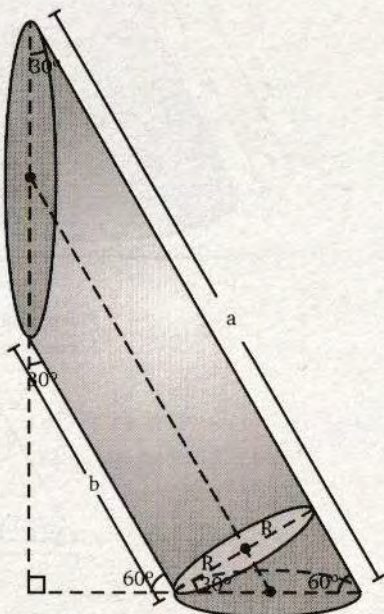
$$\Rightarrow 2R = \frac{a}{2}\sqrt{3} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Luego: } V = \pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{4} \right)^2 \left(\frac{2a+a}{2} \right)$$

$$\therefore V = \frac{9\pi^3}{32}$$

Rpta.: C

Resolución 76:



Piden: S_L

Completamos longitudes usando el

▢ Notable de 30° y 60° :

$$\Rightarrow 2R = \left(\frac{a-b}{2} \right) \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = \left(\frac{a-b}{8} \right) \sqrt{3}$$

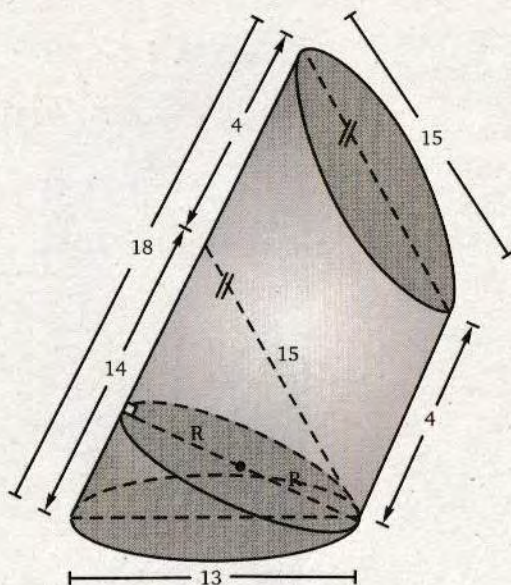
Luego:

$$S_L = 2\pi \left[\frac{(a-b)\sqrt{3}}{8} \right] \left(\frac{a+b}{2} \right)$$

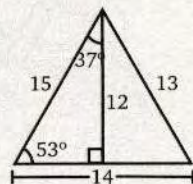
$$\therefore S_L = \frac{\pi\sqrt{3}}{8} (a^2 - b^2)$$

Rpta.: B

Resolución 77:

Piden volumen del tronco: V

Recuerda que:

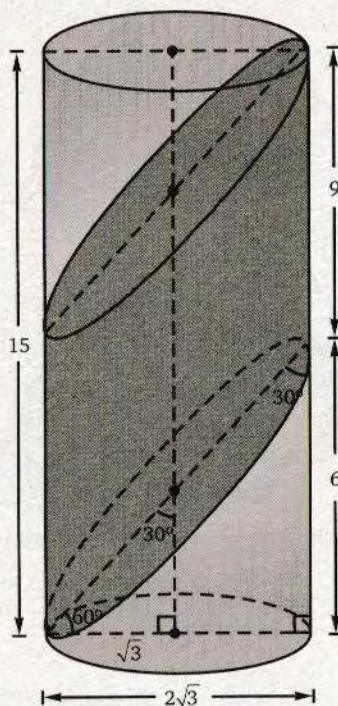
En el problema: $2R = 12 \Rightarrow R = 6$

$$\text{Luego: } V = \pi(6)^2 \left(\frac{18+4}{2} \right)$$

$$\therefore V = 396\pi \text{ cm}^3$$

Rpta.: B

Resolución 79:



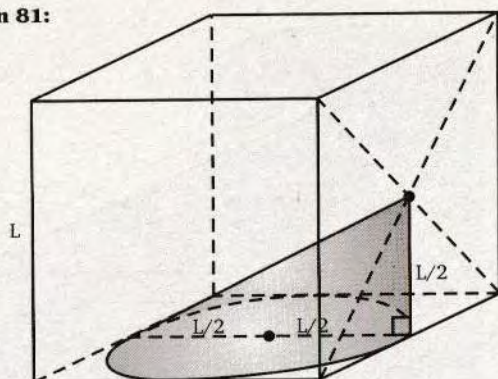
Piden el área lateral " S_L " de un cilindro oblicuo cuya sección recta es la base del cilindro de revolución:

$$\Rightarrow S_L = 2\pi(\sqrt{3})(9)$$

$$\therefore S_L = 18\pi\sqrt{3}\text{cm}^2$$

Rpta.: E

Resolución 81:



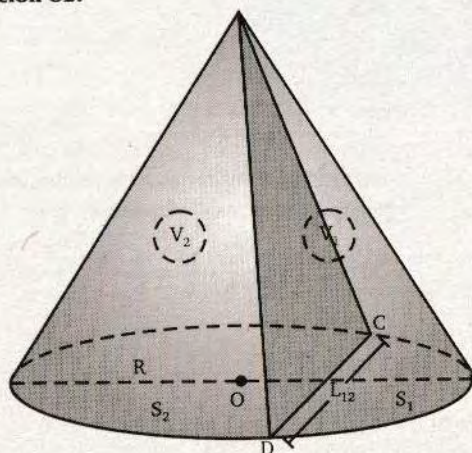
Piden el volumen del cono:

$$V = \frac{L}{3} \pi \left(\frac{L}{2}\right)^2 \left(\frac{L}{2}\right)$$

$$\therefore V = \frac{\pi L^3}{24}$$

Rpta.: C

Resolución 82:



Piden la razón de volúmenes:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3} S_1 h}{\frac{1}{3} S_2 h} = \frac{S_1}{S_2}$$

Datos: $\overline{AB}$: Diámetro

$$\Rightarrow AB = 2R$$

$$\frac{CD}{AB} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{CD}{2R} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$$

$$\Rightarrow CD = R\sqrt{2-\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow CD = L_{12}$$

$$\Rightarrow m\widehat{CD} = 30^\circ$$

▴ ETU (Teorema de Pitágoras):

$$(EU)^2 = \sqrt{28^2 + 6^2}$$

$$\Rightarrow EU = 8$$

$$\Rightarrow \triangle EQU \text{ (notable de } 37^\circ \text{ y } 53^\circ)$$

$$\Rightarrow EQ = 10$$

Teorema de Poncelet:

$$6 + 8 = 10 + 2r \Rightarrow r = 2$$

Como el $\triangle EQU$ se encuentra en un plano perpendicular a la base del cono, entonces la altura del cono será la distancia de M a $E'Q$

$$\Rightarrow \text{Por áreas: } \frac{S_{MEQ}}{2} = \frac{8h}{2}$$

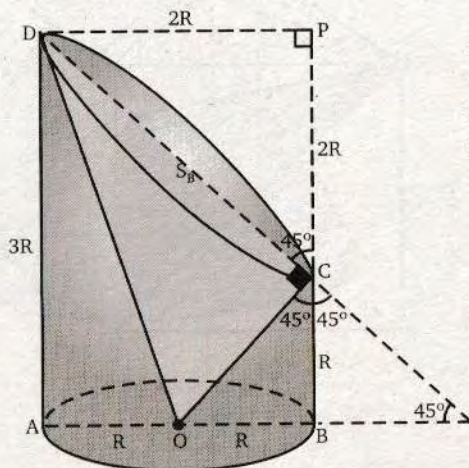
$$\frac{(6)(6)}{2} = 4h \Rightarrow h = \frac{9}{2}$$

$$\text{Luego: } V = \frac{1}{3} \pi (2)^2 \left(\frac{9}{2} \right)$$

$$\therefore V = 6\pi \text{ cm}^3$$

Rpta.: B

Resolución 84:



Piden el volumen del cono: V

$$\overline{OC} \perp \overline{DC}$$

$$\Rightarrow \text{altura del cono: } h = R\sqrt{2}$$

$$\text{También: } S_B \cos 45^\circ = \pi R^2$$

$$S_B \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \pi R^2$$

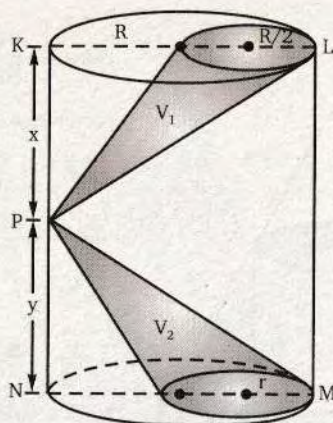
$$\Rightarrow S_B = \pi R^2 \sqrt{2}$$

$$\text{Luego: } V = \frac{1}{3} (\pi R^2 \sqrt{2}) (R\sqrt{2})$$

$$\therefore V = \frac{2\pi R^3}{3}$$

Rpta.: C

Resolución 85:



Piden: $\frac{x}{y}$

Datos: $\frac{R}{r} = \frac{3}{2} y \quad V_1 = V_2$

$$\frac{\pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 x}{3} = \frac{\pi r^2 y}{3}$$

$$\frac{x}{y} = 4 \left(\frac{r}{R}\right)^2$$

$$\frac{x}{y} = 4 \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

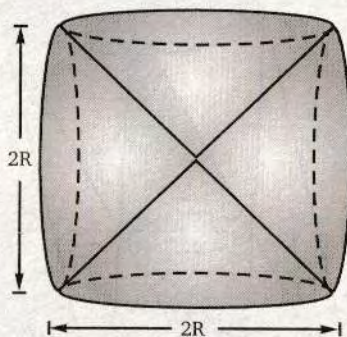
$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{16}{9}$$

Rpta.: D

Resolución 86:

Piden el volumen: V

Graficamos de acuerdo a las vistas H; F y P



Se observa cuatro conos de revolución, cada uno con radio de su base "R" y altura "R"

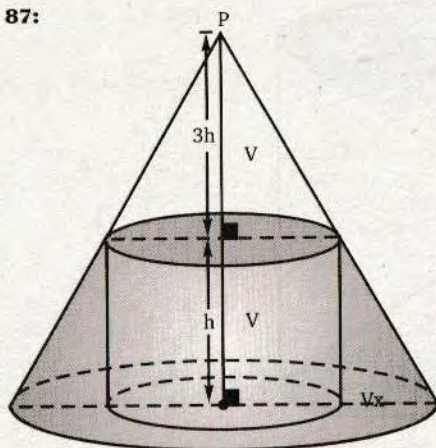
$$\Rightarrow V = 4 \left(\frac{\pi R^2 \cdot R}{3} \right)$$

$$\therefore V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Rpta.: C

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 11

Resolución 87:



$$\text{Piden } f = \frac{V_x}{V_{\text{CONO}}}$$

Por semejanza de conos:

$$\frac{V_{\text{CONO}}}{V} = \left(\frac{4h}{3h}\right)^3$$

$$\frac{V_{\text{CONO}}}{V} = \frac{64}{27} \dots\dots (I)$$

$$\Rightarrow \frac{V_x + 2V}{V} = \frac{64}{27}$$

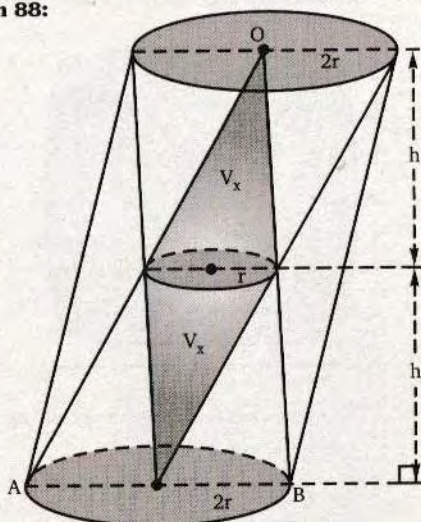
$$\Rightarrow \frac{V_x}{V} = \frac{10}{27} \dots\dots (II)$$

Luego de (II) $\div$ (I)

$$f = \frac{5}{32}$$

Rpta.: A

Resolución 88:



$$\text{Piden: } 2V_x$$

$$\text{Dato: } V_{\text{CIL}} = V$$

$$\text{Sea } V_{\text{CONO}} = V_{\text{CONO (OAB)}}$$

Se sabe que

$$V_{\text{CONO}} = \frac{1}{3} \dots\dots (I)$$

Por semejanza de conos:

$$\frac{V_x}{V_{\text{CONO}}} = \frac{1}{8} \dots\dots (II)$$

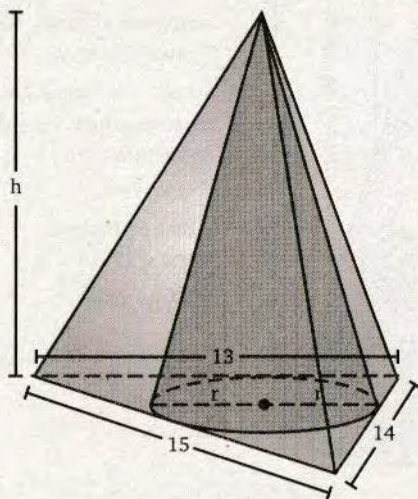
Luego (I) $\times$ (II):

$$\frac{V_x}{V} = \frac{1}{24}$$

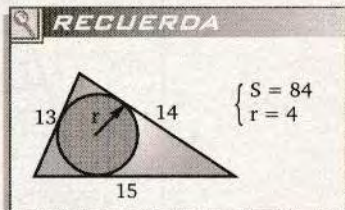
$$\therefore 2V_x = \frac{1}{12}$$

Rpta.: A

Resolución 89:



Piden el volumen de una pirámide triangular de la misma altura que el cono.



Dato del problema:

$$V_{\text{CONO}} = \frac{64}{3} \pi \sqrt{3}$$

$$\frac{\pi(4)^2 h}{3} = \frac{64}{3} \pi \sqrt{3}$$

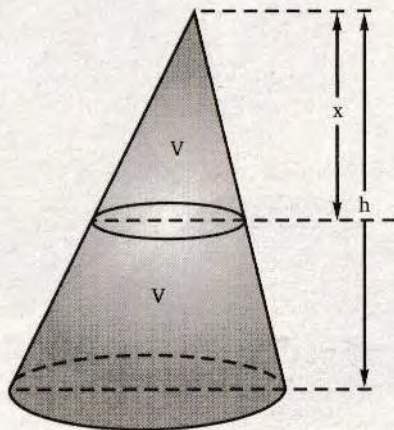
$$\Rightarrow h = 4\sqrt{3}$$

$$\text{Luego: } V_x = \frac{84(4\sqrt{3})}{3}$$

$$\therefore V_x = 112\sqrt{3} \text{ u}^3$$

Rpta.: B

Resolución 90:



Piden: x

Por semejanza de conos:

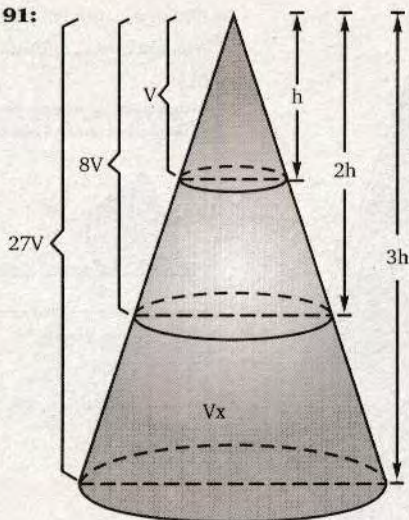
$$\frac{V}{2V} = \left(\frac{x}{h}\right)^3$$

$$\Rightarrow \frac{h}{\sqrt[3]{2}} = x$$

$$\therefore h \cdot 2^{\frac{1}{3}} = x$$

Rpta.: A

Resolución 91:



Piden el volumen del tronco de cono inferida: V_x

Aplicando semejanza de conos determinamos los volúmenes en el gráfico

$$\Rightarrow V_x = 19V \dots\dots\dots (I)$$

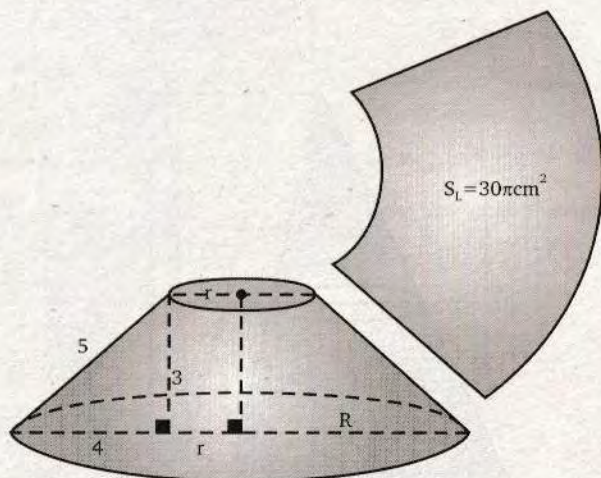
Dato del problema:

$$27V = 27 \Rightarrow V = 1$$

$$\therefore V_x = 19 \text{ m}^3$$

Rpta.: D

Resolución 92:



Piden volumen: V

$$R = r + 4$$

Dato:

$$S_{\text{DESARROLLO}} = 30\pi$$

$$S_L = 30\pi$$

$$\cancel{(\pi)}(5)[r + (r + 4)] = \cancel{30\pi}$$

$$\Rightarrow r = 1 \Rightarrow R = 5$$

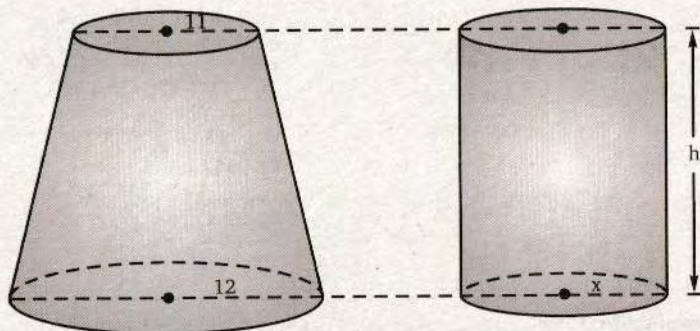
Luego:

$$V = \frac{\pi(3)}{3}(5^2 + 1^2 + (5)(1))$$

$$\therefore V = 31\pi \text{ cm}^3$$

Rpta.: B

Resolución 93:



Piden el radio del cilindro: x

$$\text{Dato: } V_{\text{TRONCO}} = V_{\text{CILINDRO}}$$

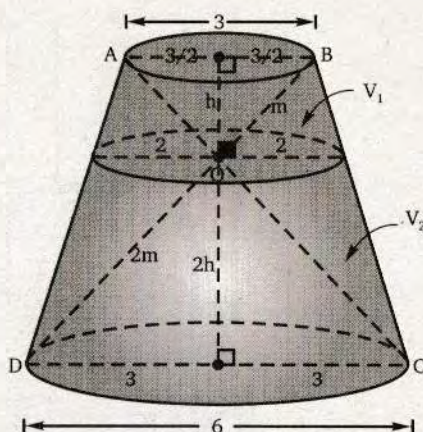
$$\frac{\pi h}{3}(11^2 + 12^2 + (11)(12)) = \pi x^2 h$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{397}{3}} = x$$

$$\therefore x \approx 11,5\text{m}$$

Rpta.: C

Resolución 94:



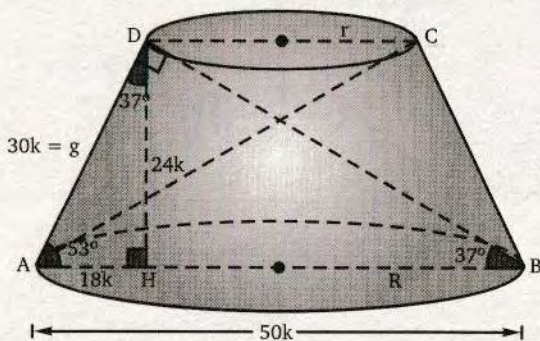
Piden la razón de volúmenes de 2 troncos de cono recto:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{\pi h}{3} \left(2^2 + \left(\frac{3}{2} \right)^2 + 2 \cdot \frac{3}{2} \right)}{\frac{\pi(2h)}{3} (3^2 + 2^2 + 3 \cdot 2)}$$

$$\therefore \frac{V_1}{V_2} = \frac{37}{152}$$

Rpta.: C

Resolución 95:



Piden: S_L

$$\text{Sea } g = 30k \Rightarrow k = \frac{g}{30}$$

Aplicando el $\triangle$ Notable aprox. de 37° y 53° :

$$* 2R = 50k \Rightarrow R = 25k$$

$$* 2r = 50k - 2(18k) \Rightarrow r = 7k$$

Entonces:

$$S_L = \pi g(25k + 7k)$$

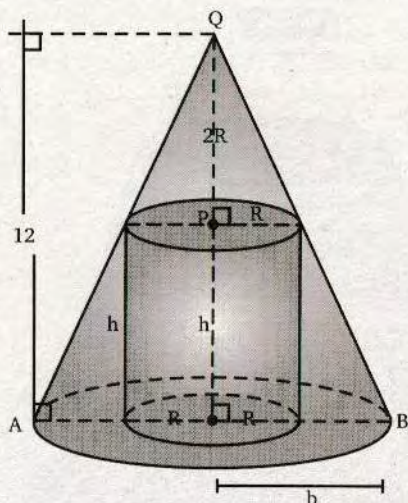
$$S_L = \pi g(32k)$$

$$S_L = \pi g(32) \left(\frac{g}{30} \right)$$

$$\therefore S_L = \frac{16}{15} \pi g^2$$

Rpta.: D

Resolución 96:



Piden radio "R" y altura "h" del cilindro si su volumen es máximo

$$\triangle QPM \sim \triangle QOB$$

$$h = 12 - 2R$$

$$\text{Luego } V_{\text{CIL}} = \pi R^2(12 - 2R)$$

$$V_{\text{CIL}} = 2\pi R^2(6 - R)$$

Para que el volumen sea máximo

$$f_{(R)} = R^2(6 - R) \text{ debe ser máximo}$$

$$\Rightarrow f_{(R)} = 6R^2 - R^3$$

Derivando:

$$f'_{(R)} = 12R - 3R^2$$

$$\Rightarrow 12R - 3R^2 = 0$$

$$\Rightarrow 3R(4 - R) = 0$$

$$\Rightarrow \underline{R = 0} \vee R = 4$$

se descarta

$$\text{Luego } h = 12 - 2(4)$$

$$h = 4$$

$$\therefore R = 4 \wedge h = 4$$

Rpta.: A

Piden la altura del tronco: h

Dato:

$$\sum (S_{BASES}) = S_L$$

$$\Rightarrow \pi R^2 + \pi r^2 = \pi(R+r)g \Rightarrow g = \frac{R^2 + r^2}{R+r}$$

▴ AHB (Teorema de Pitágoras):

$$g^2 = h^2 + (R-r)^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{R^2 + r^2}{R+r} \right)^2 = h^2 + (R-r)^2$$

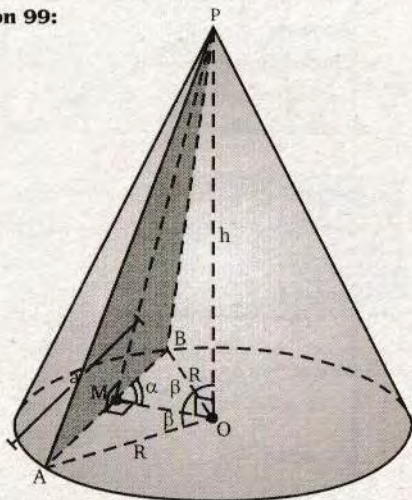
$$\frac{(R^2 + r^2)^2}{(R+r)^2} - (R-r)^2 = h^2$$

$$\frac{(R^2 + r^2)^2 - (R^2 - r^2)^2}{(R+r)^2} = h^2 \rightarrow \frac{4R^2 r^2}{(R+r)^2} = h^2$$

$$\therefore \frac{2Rr}{R+r} = h$$

Rpta.: A

Resolución 99:



Piden volumen: V; Dato AB = a

▴ AOB : a 2R sen β

$$\Rightarrow R = \frac{a}{2 \operatorname{sen} \beta}$$

{ ▴ AMO: MO = R cos β
▴ POM: h = (MO) tan α

$$\Rightarrow h = R \cos \beta \tan \alpha$$

$$\Rightarrow h = \frac{a}{2 \operatorname{sen} \beta} \cos \beta \tan \alpha$$

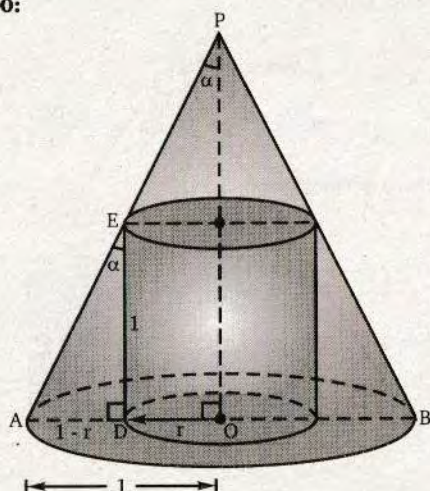
Luego:

$$V = \frac{\pi}{3} \left(\frac{a}{2 \operatorname{sen} \beta} \right)^2 \left(\frac{a}{2 \operatorname{sen} \beta} \cos \beta \tan \alpha \right)$$

$$\therefore V = \frac{\pi a^3}{24} \cdot \frac{\tan \alpha \cos \beta}{\operatorname{sen}^3 \beta}$$

Rpta.: E

Resolución 100:



Piden: $m\angle APO = \alpha$

Como buscamos una medida angular podemos simplificar los cálculos asumiendo que el radio de la base del cono sea igual a 1

$\Rightarrow$ Del dato $DE = OA = 1$

También es dato que:

$$\frac{S_{\text{TOTAL}} - S_{\text{CILINDRO}}}{S_{\text{BASE-CONO}}} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi r(1+r)}{(1)^2} = \frac{3}{2}$$

$$r(1+r) = \frac{3}{4} \dots\dots (I)$$

$$\triangle ADE: \tan \alpha = 1 - r$$

$$\Rightarrow r = 1 - \tan \alpha \dots\dots (II)$$

$$(II) \text{ en } (I): (1 - \tan \alpha)(2 - \tan \alpha) = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 4\tan^2 \alpha - 12\tan \alpha + 5 = 0$$

$$\begin{array}{c} 2\tan \alpha \quad \nearrow \quad -5 \\ \quad \quad \bullet \\ 2\tan \alpha \quad \searrow \quad -1 \end{array}$$

$$\Rightarrow (2\tan \alpha - 5)(2\tan \alpha - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{5}{2} \vee \tan \alpha = \frac{1}{2}$$

Observación del gráfico.

$$AD < AO$$

$$1 - r < 1$$

$$\tan \alpha < 1$$

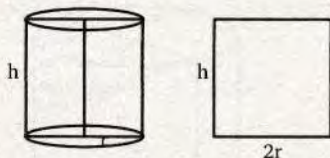
$$\text{Entonces: } \tan \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \arctan \left(\frac{1}{2} \right)$$

Rpta.: A

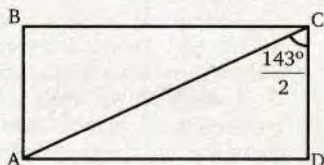
PROBLEMAS PROPUESTOS

1. En la figura, el cilindro circular recto se proyecta sobre un plano paralelo a su eje. Halle la razón entre el área lateral del cilindro y el área de su proyección.

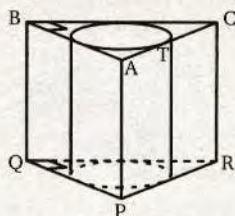


- A) π B) 1 C) 2
D) $\frac{\pi}{2}$ E) 2π

2. En la figura, la región rectangular ABCD es el desarrollo de la superficie lateral de un cilindro circular recto. Si $AC = 4\sqrt{10}\pi$ cm, hallar el volumen del cilindro.



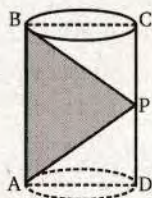
- A) $100\pi^2 \text{ cm}^3$ B) $169\pi^2 \text{ cm}^3$
C) $121\pi^2 \text{ cm}^3$ D) $136\pi^2 \text{ cm}^3$
E) $144\pi^2 \text{ cm}^3$
3. En la figura, ABC-PQR es un prisma recto circunscrito al cilindro de revolución. Si $AB=TC=6$ cm, $AC=AP$ y T es punto de tangencia, hallar el volumen del cilindro.



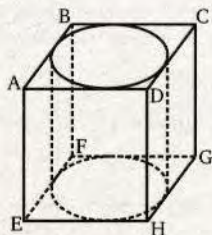
- A) $36\pi \text{ cm}^3$ B) $40\pi \text{ cm}^3$
C) $32\pi \text{ cm}^3$ D) $42\pi \text{ cm}^3$
E) $39\pi \text{ cm}^3$

4. En la figura, la generatriz, AB y CD son diametralmente opuestas y el área de la región triangular BPA es 24 m^2 . Hallar el área lateral del cilindro circular recto.

- A) $52\pi \text{ m}^2$
B) $50\pi \text{ m}^2$
C) $48\pi \text{ m}^2$
D) $54\pi \text{ m}^2$
E) $56\pi \text{ m}^2$



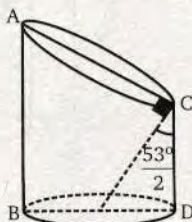
5. En la figura, ABCD - EFGH es un hexaedro regular cuya arista mide 4m. Hallar el área lateral del cilindro inscrito.



- A) $52\pi \text{ m}^2$ B) $50\pi \text{ m}^2$ C) $48\pi \text{ m}^2$
D) $54\pi \text{ m}^2$ E) $56\pi \text{ m}^2$

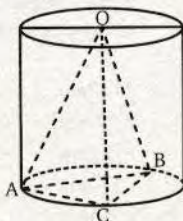
6. En la figura, $AC = 10\text{m}$ y $BO = OD$. Halle el volumen del tronco de cilindro de revolución.

- A) $70\sqrt{6}\pi\text{m}^3$
B) $60\sqrt{2}\pi\text{m}^3$
C) $100\sqrt{5}\pi\text{m}^3$
D) $80\sqrt{3}\pi\text{m}^3$
E) $95\sqrt{5}\pi\text{m}^3$



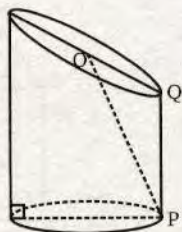
7. En la figura, la pirámide regular O-ABC está inscrita en el cilindro de revolución. Si el volumen de la pirámide es $16\sqrt{3}\text{cm}^3$, halle el área total del cilindro.

- A) $82\pi\text{cm}^2$
B) $46\pi\text{cm}^2$
C) $56\pi\text{cm}^2$
D) $68\pi\text{cm}^2$
E) $64\pi\text{cm}^2$

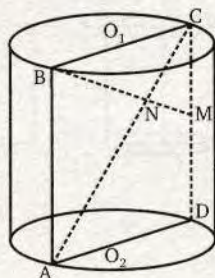


8. En la figura, $\hat{O}$ es centro de la base elíptica, $m\angle OPQ = 30^\circ$ y $OP = 8\text{cm}$. Hallar el volumen del tronco de cilindro circular recto.

- A) $70\sqrt{6}\pi\text{cm}^3$
B) $60\sqrt{2}\pi\text{cm}^3$
C) $100\sqrt{5}\pi\text{cm}^3$
D) $80\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$
E) $95\sqrt{5}\pi\text{cm}^3$

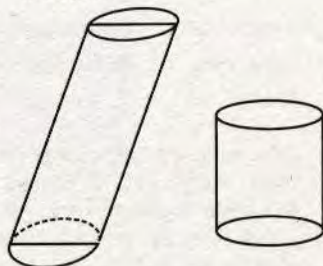


9. En la figura, el área de la región triangular ABN es 9m^2 y el área de la región triangular NCM es 4m^2 . Halle el área de la superficie lateral del cilindro circular recto. (O_1 y O_2 centros de las bases).



- A) $20\pi\text{m}^2$ B) $35\pi\text{m}^2$ C) $40\pi\text{m}^2$
D) $25\pi\text{m}^2$ E) $30\pi\text{m}^2$

10. En la figura mostrada S_1 es el valor del área lateral del cilindro circular oblicuo y S_2 el valor del área lateral del cilindro de revolución de la derecha, del mismo radio que el anterior y generatriz igual a la mitad. Si el ángulo de inclinación de las generatrices del cilindro oblicuo es mayor que $30,7^\circ$, entonces se puede decir que:



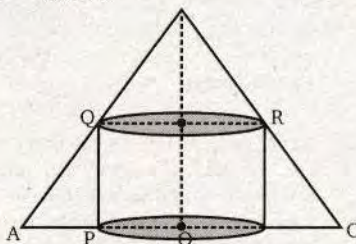
- A) $S_1 = S_2$ B) $S_1 > S_2$
C) $S_1 < S_2$ D) falta información

11. Un punto P es ubicado en la diagonal de una región rectangular tal que equidista 4u de dos lados consecutivos. Se hace girar la región rectangular temiendo como eje el lado menor originando un cilindro de revolución, entonces para calcular el volumen del cilindro es necesario conocer:

1. El área total del cilindro.
2. El perímetro del rectángulo.

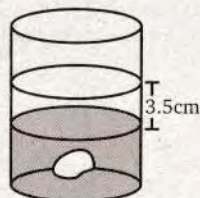
- A) (1) por si sola
B) (2) por si sola
C) ambas juntas. (1)(2)
D) cada una por si sola (1) o (2)
E) falta información

12. En la figura, el triángulo ABC es equilátero cuyo lado mide $16\sqrt{3}$ m. Si $3AO = 4PO$ y PQRS es un rectángulo, hallar el área lateral del cilindro.



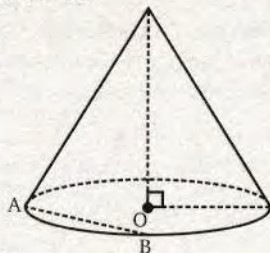
- A) $72\sqrt{3}\pi m^2$ B) $64\sqrt{3}\pi m^2$
C) $76\sqrt{3}\pi m^2$ D) $58\sqrt{3}\pi m^2$
E) $54\sqrt{3}\pi m^2$

13. Un cilindro está lleno de agua hasta la mitad; se suelta una piedra y el nivel del agua sube 3,5cm. Si el diámetro de la base del cilindro mide 8 cm, ¿Cuál es el volumen de la piedra?



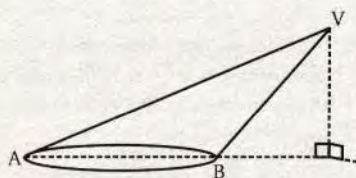
- A) $20\pi cm^3$ B) $35\pi cm^3$ C) $40\pi cm^3$
D) $25\pi cm^3$ E) $30\pi cm^3$

14. En la figura, $AB = 6m$, $\widehat{mAB} = 90^\circ$ y la longitud de la altura del cono es dos veces la longitud del radio. Hallar el área lateral.



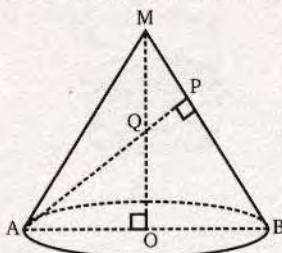
- A) $18\sqrt{5}\pi m^2$ B) $18\sqrt{3}\pi m^2$
C) $12\sqrt{5}\pi m^2$ D) $12\sqrt{3}\pi m^2$
E) $21\sqrt{3}\pi m^2$

15. En la figura, el eje mayor $\overline{AB}$ y el eje menor de su base miden 30 m y 10 m respectivamente. Si $AB = BV$, hallar el volumen del cono oblicuo.



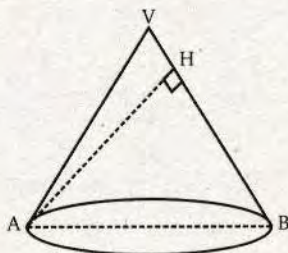
- A) $375\pi m^3$ B) $305\pi m^3$ C) $370\pi m^3$
D) $385\pi m^3$ E) $360\pi m^3$

16. En la figura, $MQ = OQ = 3$ m. Halle el volumen del cono de revolución.



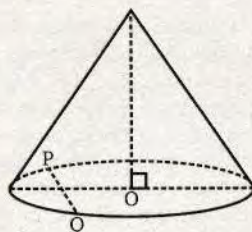
- A) $18\pi\text{m}^3$ B) $42\pi\text{m}^3$ C) $16\pi\text{m}^3$
D) $36\pi\text{m}^3$ E) $32\pi\text{m}^3$

17. En la figura, AB es diámetro, $AB = 24\sqrt{6}$ m y $HB = 4VH$. Halle el área lateral del cono de revolución.



- A) $68\pi\text{m}^2$ B) $60\pi\text{m}^2$
C) $20\sqrt{10}\pi\text{m}^2$ D) $5\sqrt{10}\pi\text{m}^2$
E) $10\sqrt{10}\pi\text{m}^2$

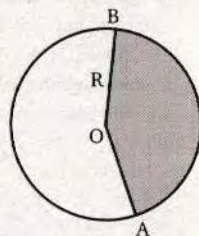
18. En la figura, la cuerda $\overline{PQ}$ mide 6 m, la distancia del centro de la base a $\overline{PQ}$ es 3 m y la altura mide $5\sqrt{3}$ m. Halle el área lateral del cono.



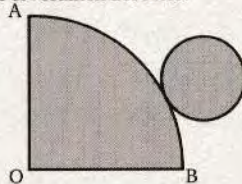
- A) $45\pi\text{m}^2$ B) $35\pi\text{m}^2$ C) $40\pi\text{m}^2$
D) $25\pi\text{m}^2$ E) $30\pi\text{m}^2$

19. En la figura, AOB es un sector circular, el círculo tiene radio $R = 10$ cm y la longitud de $\text{m}\widehat{AB}$ es 10π cm. Si el sector circular sombreado es el desarrollo de la superficie lateral de un cono recto, halle el triple del volumen del cono.

- A) $125\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$
B) $124\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$
C) $121\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$
D) $115\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$
E) $136\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$



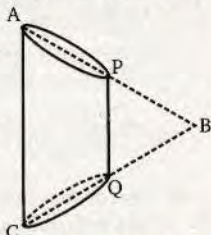
20. En la figura, AOB es un cuadrante. Si $OA = 4$ m, el sector y círculo sombreado es el desarrollo total de la superficie de un cono circular recto, halle el volumen del cono.



- A) $2\pi\text{m}^3$ B) $\frac{3}{2}\pi\text{m}^3$
C) $\frac{\sqrt{15}}{3}\pi\text{m}^3$
D) $1\pi\text{m}^3$ E) $3\pi\text{m}^3$

21. En la figura, el triángulo ABC es equilátero. Si $AB=2PQ=20m$, hallar el volumen del tronco de cilindro oblicuo.

- A) $381,25\pi m^3$
B) $181\pi m^3$
C) $281,25\pi m^3$
D) $280\pi m^3$
E) $192,25\pi m^3$



22. Un cilindro circular recto contiene agua, tendido horizontalmente tiene una longitud de 8m, y un diámetro de 10m. El agua determina una superficie rectangular de $64m^2$ de área. Calcular la profundidad máxima del agua (en m)

- A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

23. En un cilindro de revolución se tiene inscrito un tetraedro regular O-ABC de modo que la base del tetraedro ABC se encuentra contenida en la base superior del cilindro. Se traza luego un plano secante que pasa por el punto B y por los puntos medios de las aristas $\overline{AO}$ y $\overline{CO}$. Halle la razón entre los volúmenes del tronco de cilindro y del tetraedro inscrito resultante.

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C) $\frac{16\sqrt{3}}{5}$
D) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ E) $\frac{2}{3\sqrt{3}}$

24. Si el área lateral de un cilindro circular recto es $36\sqrt{2} m^2$ y el radio de la base mide $3\sqrt{2} m$ halle el volumen del sólido.

- A) $102m^3$ B) $110m^3$ C) $104m^3$
D) $108m^3$ E) $106m^3$

25. Si el área total de un cilindro circular recto es $16\pi m^2$ y el área de la base es la mitad del área lateral, halle el volumen del sólido.

- A) $10\pi m^3$ B) $8\pi m^3$ C) $7\pi m^3$
D) $8\pi m^3$ E) $9\pi m^3$

26. Sean $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ generatrices diametralmente opuestas de un cilindro circular recto, O es un punto medio de $\overline{BC}$ y E es punto de $\overline{CD}$, tal que $\overline{OE}$ es perpendicular a $\overline{AE}$. Si $CE = 8m$ y $ED = 9m$, halle el área total del cilindro.

- A) $270\pi m^2$ B) $276\pi m^2$ C) $274\pi m^2$
D) $272\pi m^2$ E) $278\pi m^2$

27. $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son generatrices diametralmente opuestas de un cilindro circular recto, P es un punto de $\overline{AB}$ tal que $\angle OPD = 90^\circ$, $BP = 6m$ y $\overline{AP} = 3m$. Si O es punto medio del diámetro $\overline{AC}$, hallar el volumen del cilindro.

- A) $72\pi m^3$ B) $76\pi m^3$ C) $80\pi m^3$
D) $81\pi m^3$ E) $82\pi m^3$

28. Una pirámide cuadrangular regular cuya altura mide 6cm tiene su base inscrita en la base de un cilindro, que tiene una circunferencia de longitud $12\pi cm$. Si sus alturas son congruentes, halle la diferencia entre los volúmenes del cilindro y la pirámide.

- A) $60(4\pi-3)cm^3$ B) $68(4\pi-3)cm^3$
C) $72(3\pi-2)cm^3$
D) $75(3\pi-2)cm^3$ E) $75(3\pi-2)cm^3$

29. Un recipiente que tiene la forma de un cilindro circular recto con una base cuyo radio mide 2m, contiene 12m^3 de mercurio y 8m^3 de agua. Halle la razón de las alturas.
- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{3}$
30. Dos cilindros circulares rectos son semejantes y sus áreas totales son $36\pi\text{cm}^2$ y $64\pi\text{cm}^2$. Halle la razón entre sus volúmenes.
- A) $\frac{21}{32}$ B) $\frac{8}{27}$ C) $\frac{27}{64}$
D) $\frac{13}{32}$ E) $\frac{29}{72}$
31. Un recipiente cilíndrico de 5cm de diámetro y 10 cm de altura, contiene agua hasta las tres cuartas partes de su volumen, desde su posición normal se inclina el recipiente hasta que el agua esté a punto de caer por el borde. Hallar el ángulo de inclinación.
- A) 15° B) 30° C) 45°
D) 60° E) 75°
32. En un cilindro circular recto cuya altura mide 9m, se inscribe un paralelepípedo rectangular de área lateral igual a 144m^2 y uno de los lados de su base mide 4m. Hallar el área total del cilindro.
- A) $2(9\sqrt{2} + 4)\pi\text{m}^2$ B) $6(4\sqrt{2} + 9)\pi\text{m}^2$
C) $3(9\sqrt{2} + 4)\pi\text{m}^2$ D) $4(9\sqrt{2} + 4)\pi\text{m}^2$
E) $2(4\sqrt{2} + 9)\pi\text{m}^2$
33. La razón entre el área total y el área lateral de un cilindro circular recto es 2. Si la altura mide 1 m, halle el área lateral.
- A) $\frac{\pi}{2}\text{m}^2$ B) πm^2 C) $\frac{3\pi}{2}\text{m}^2$
D) $2\pi\text{m}^2$ E) $\frac{5\pi}{2}\text{m}^2$
34. Si el desarrollo de la superficie lateral de un cilindro circular recto es 2. Si la altura mide 1m, halle el volumen del cilindro.
- A) $204\pi\text{m}^3$ B) $202\pi\text{m}^3$
C) $200\pi\text{m}^3$ D) $198\pi\text{m}^3$
E) $196\pi\text{m}^3$
35. En un cilindro circular recto, el área lateral es $24\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$ y el volumen $96\pi\text{cm}^3$. Halle el área total del cilindro.
- A) $16(2\sqrt{2} + 3)\pi\text{cm}^2$ B) $8(3\sqrt{2} + 8)\pi\text{cm}^2$
C) $24(\sqrt{2} + 2)\pi\text{cm}^2$ D) $27(\sqrt{2} + 3)\pi\text{cm}^2$
E) $12(2\sqrt{2} + 3)\pi\text{cm}^2$
36. En un tronco de cilindro recto se tienen las generatrices $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$, $AB < DC$. Si $\overline{AD}$ es diámetro de la base, $\overline{DB}$ es perpendicular a $\overline{BC}$, $BD = 10\text{cm}$ y el radio de la base mide 4 cm, hallar el área lateral del tronco.
- A) $\frac{271}{3}\pi\text{cm}^2$ B) $\frac{272}{3}\pi\text{cm}^2$
C) $\frac{274}{3}\pi\text{cm}^2$ D) $\frac{275}{3}\pi\text{cm}^2$
E) $\frac{277}{3}\pi\text{cm}^2$

37. Una pirámide cuadrangular regular esta inscrito en un tronco de cilindro de revolución. La base de la pirámide esta inscrita en la base del cilindro. Si el volumen de la pirámide es V . Halle el volumen del tronco de cilindro.

A) $3\pi V$ B) $\frac{2}{3}\pi V$ C) $\frac{3\pi}{2} V$
D) $\frac{\pi V}{2}$ E) $2\pi V$

38. Se tiene un hexaedro regular ABCD - A'B'C'D' de arista L , halle el volumen del cilindro cuyas bases se encuentran inscritas en dos triángulos que se obtienen de unir los puntos medios de las aristas $\overline{BC}$, $\overline{DC}$, $\overline{CC'}$ y $\overline{AA'}$, $\overline{BA'}$, $\overline{DA'}$

A) $\frac{8\sqrt{6}\pi L^3}{288}$ B) $\frac{6\sqrt{6}\pi}{144} L^3$ C) $\frac{8\sqrt{3}\pi L^3}{288}$
D) $\frac{6\sqrt{2}\pi L^3}{144}$ E) $\frac{2\sqrt{6}\pi L^3}{288}$

39. El radio de un cilindro de revolución mide $\frac{2a}{\pi} u$ y la distancia entre los extremos de dos generatrices diametralmente opuestas $\frac{a}{\pi} \sqrt{9\pi^2 + 16}$.

Calcular la longitud del menor recorrido sobre la superficie lateral que se realiza partiendo de un extremo inferior de una generatriz, pasando por el extremo superior de otra generatriz diametralmente opuesta y volviendo al punto de partida.

A) $2\sqrt{13}a$ B) $9a$ C) $10a$
D) $12a$ E) $15a$

40. Un cilindro de revolución contiene agua hasta la mitad. Se suelta un pequeño pedazo metálico y el nivel del agua sube d cm. Si el diámetro del cilindro es D cm ¿Cuál es el volumen del pedazo de metal?

A) $\frac{\pi D^2 d}{2}$ B) $\frac{\pi d^2 D}{3}$ C) $\frac{\pi d^2 D}{4}$
D) $\frac{\pi D^2 d}{4}$ E) $\frac{\pi D^2 d}{10}$

41. En la base de un cilindro circular recto se encuentra inscrito un triángulo equilátero cuya área es $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Si la altura del cilindro mide 5 cm, halle el volumen del sólido.

A) $54\pi \text{ cm}^3$ B) $60\pi \text{ cm}^3$
C) $63\pi \text{ cm}^3$ D) $65\pi \text{ cm}^3$
E) $70\pi \text{ cm}^3$

42. Un cilindro de revolución de radio igual a $5u$. Es intersecado por dos planos paralelos de manera que los ejes mayores de las elipses que se forman miden $16u$ y la generatriz del cilindro oblicuo que se determina es $30u$. halle la altura del cilindro oblicuo (en u).

A) $18,75$ B) 16 C) $16,45$
D) $20,25$ E) $24,25$

43. Un cilindro de revolución cuyo radio mide $5u$ es intersecado por 2 planos perpendiculares determinando 2 secciones elípticas congruentes. Si la generatriz máximo del cilindro oblicuo obtenido mide $30u$, el volumen es (en u^2):

A) 400π B) 425π C) 450π
D) 475π E) 500π

44. Se tiene un tronco de cilindro recto circunscrito a una esfera, se puede determinar el volumen del tronco de cilindro si:

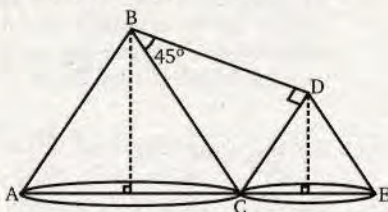
(1) Se conoce las generatrices máxima y mínima.
(2) Se conoce el radio de la esfera y el ángulo entre las bases del cilindro.

- A) (1) por si sola
B) (2) por si sola
C) ambas juntas, (1)(2)
D) cada una por si sola (1) o (2)
E) falta información
45. Un recipiente cilíndrico de 9cm de altura y 3cm de radio se llena de agua hasta una altura de 5cm ¿Qué ángulo se debe inclinar el cilindro para que el agua llegue al borde del cilindro?
- A) 30° B) 37° C) 45°
D) 53° E) 60°
46. Una pirámide cuadrangular regular está inscrita en un tronco de cilindro y su volumen es $4/\pi u^3$. Si la base de la pirámide está inscrita en la base del tronco. calcular el volumen del tronco (u^3).
- A) 4 B) 5 C) 8
D) 6 E) 12
47. Se tiene un vaso cilíndrico cuya altura es tres veces el radio de la base, el vaso, contiene agua en un 75% de su capacidad. Calcule la inclinación máxima que debe darse al vaso de manera que no disminuya su contenido de agua.
- A) 15° B) 30° C) 45°
D) 53° E) 60°

48. ¿Qué porcentaje del volumen de un cilindro recto esta lleno con líquido, si la longitud de la altura es 8 veces del radio de la base y el cilindro se encuentra inclinado un ángulo cuya medida es 53° con respecto a la longitud?

A) 70% B) 75% C) 80%
D) $\frac{725}{8}\%$ E) $\frac{737}{7}\%$

49. En la figura, $AB \parallel CD$. Hallar la razón entre las áreas laterales de los conos de revolución.



A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{5}$

50. Un cono equilátero es seccionado por un plano paralelo a la base distante 3m del vértice. Si la longitud del radio de la base de cono es $3\sqrt{3}m$, halle el área lateral del tronco de cono que se determina.

A) $45\pi m^2$ B) $46\pi m^2$ C) $48\pi m^2$
D) $50\pi m^2$ E) $47\pi m^2$

51. La generatriz de un cono de revolución mide 5m y la superficie lateral desarrollada es un sector de 216° . Hallar el volumen de dicho cono.

A) $12\pi m^3$ B) $16\pi m^3$ C) $18\pi m^3$
D) $20\pi m^3$ E) $36\pi m^3$

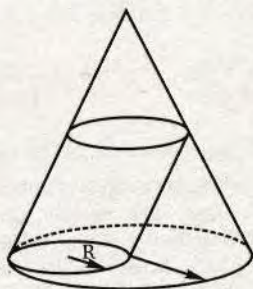
52. En un tronco de cono circular recto, las áreas de las bases son $4\pi\text{m}^2$ y $36\pi\text{m}^2$. Si el área lateral del tronco de cono es igual a la suma de las áreas de las bases, halle su volumen.

A) $42\pi\text{m}^3$ B) $51\pi\text{m}^3$ C) $50\pi\text{m}^3$
D) $52\pi\text{m}^3$ E) $53\pi\text{m}^3$

53. Se construye un cono de revolución con una cartulina siendo la superficie lateral la de un sector circular de 120° y cuyo radio mide 27cm. Halle el área total del cono.

A) $324\pi\text{cm}^2$ B) $325\pi\text{cm}^2$
C) $336\pi\text{cm}^2$
D) $340\pi\text{cm}^2$ E) $344\pi\text{cm}^2$

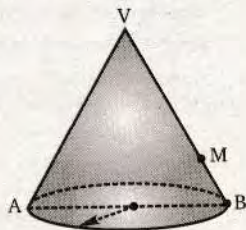
54. En la figura del cilindro oblicuo se encuentra inscrito en el cono de revolución. Halle la razón de volúmenes de dichos sólidos.



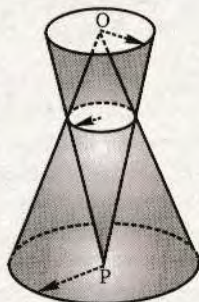
A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{7}{9}$
D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{2}{9}$

55. Según el gráfico, el cono es equilátero, la longitud de menor recorrido para ir de A a M es $5u$, y $MB = 1$, calcule el volumen del cono.

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



56. En la figura la razón de áreas de los círculos de centro O y P es $1/4$, calcule la razón de volúmenes de los troncos de cono sombreados.



A) $\frac{19}{100}$ B) $\frac{19}{28}$ C) $\frac{1}{19}$
D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{19}{104}$

57. Los diámetros de las bases de un tronco de cono de revolución tienen por longitud 4cm y 22cm. Halle el radio de la base del cilindro recto de revolución equivalente al tronco que tienen la misma altura.

A) 6 cm B) 4 cm C) 5 cm
D) 7 cm E) 8 cm

58. En un cono equilátero esta inscrito una esfera de radio r . calcular el volumen del tronco de cono cuyas bases son la base del cono y la sección determinada por la circunferencia de tangencia de la esfera y el cono.
- A) $\frac{21}{8}\pi r^3$ B) $\frac{22}{3}\pi r^3$ C) $\frac{23}{4}\pi r^3$
D) $\frac{5}{3}\pi r^3$ E) $\frac{31}{9}\pi r^3$
59. Al desarrollar la superficie lateral de un cono recto se obtiene un semicírculo de 4m de diámetro. Hallar el volumen del sólido limitado por el cono (en m^3).
- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$ B) $\frac{3\sqrt{3}}{2}\pi$ C) $2\pi\sqrt{3}$
D) $\sqrt{3}\pi$ E) $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$
60. El volumen del sólido limitado por un cono es V , se triseca la altura del cono con 2 planos paralelos a la base. Entonces el volumen del sólido ubicado en la parte central.
- A) $\frac{V}{8}$ B) $\frac{V}{4}$ C) $\frac{7V}{27}$
D) $\frac{V}{3}$ E) $\frac{V}{2}$
61. En un cilindro oblicuo de bases circulares, $\overline{AB}$ y $\overline{MN}$ son diámetros paralelos de sus respectivas bases. Si AM es la generatriz cuyo ángulo de inclinación con respecto a la base mide 60° . Además $AN=7$, $BN=5$, entonces el volumen del cilindro es:
- A) $45\sqrt{3}\pi$ B) $48\sqrt{3}\pi$ C) $42\sqrt{3}\pi$
D) $40\sqrt{3}\pi$ E) $46\sqrt{3}\pi$
62. Un cilindro oblicuo esta circunscrito a una esfera de radio r y las generatrices inclinadas 60° respecto al plano de la base. Halle su volumen.
- A) $\frac{4}{5}\pi r^3\sqrt{3}$ B) $\frac{4}{3}\pi r^3\sqrt{3}$ C) $\frac{3}{4}\pi r^3\sqrt{3}$
D) $\frac{3}{2}\pi r^3\sqrt{3}$ E) $\frac{1}{3}\pi r^3\sqrt{3}$
63. La cara superior de un tronco de cilindro recto determina con la base un diedro de 60° . Si las generatrices extremos (máxima y mínima) miden 12 y 8u, hallar la relación entre el área lateral y el área de la cara superior.
- A) $\sqrt{3}/9$ B) $\sqrt{3}/12$ C) $\sqrt{3}/15$
D) $\sqrt{3}/8$ E) $\sqrt{3}/10$
64. Se tiene un cilindro oblicuo al cual se le traza un plano secante determinando un tronco de cilindro cuya generatriz menor y mayor miden 6u y 20u respectivamente. Calcular el volumen de dicho tronco sabiendo que el diámetro mayor de la superficie de la elipse mide 15u y el diámetro de la base circular mide 13u.
- A) 432π B) 468π C) 456π
D) 480π E) 420π
65. En un cilindro oblicuo las bases son círculos cuyas regiones miden $36\pi m^2$. Se traza una sección axial que intercepta en A y B a la base superior y en C y D a la base inferior, se traza $\overline{CF} \perp \overline{AD}$ ($F \in \overline{AD}$). Si $FA = 7u$ y $\overline{CF}$ forma 30° con la base, entonces la longitud de la generatriz es:
- A) 7 B) 9 C) 13
D) 14 E) 12,5

66. Dado un tronco de cilindro recto cuyas generatrices mayor y menor miden 5u y 3u. Respectivamente. Halle el volumen de dicho tronco, si este está circunscrito a una esfera (en u^3).

A) $\frac{225\pi}{16}$ B) 13π C) 14π
D) $\frac{216\pi}{13}$ E) 17π

67. En un tronco de cilindro recto, el segmento que une el centro de la base elíptica, con un punto del límite de la base circular mide 4m y el ángulo que forma con una generatriz mide 30° . Halle el volumen de dicho tronco (en m^3).

A) $6\sqrt{3}\pi$ B) $8\sqrt{3}\pi$ C) $9\sqrt{3}\pi$
D) $12\sqrt{3}\pi$ E) $16\sqrt{3}\pi$

68. Se tiene un tronco de cilindro recto circunscrito a un tronco de prisma recto triangular regular, si las bases de los sólidos, están contenidos en los mismos planos, entonces la relación entre sus volúmenes es:

A) $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{4\pi\sqrt{3}}{9}$ C) $\frac{2\pi\sqrt{3}}{9}$
D) $\frac{3\pi\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{7\pi\sqrt{3}}{9}$

69. Los cuatro lados de un trapecio isósceles hacen contacto a la superficie de un cilindro recto cuyo eje es perpendicular sólo a las bases del trapecio. Si la altura del trapecio es h y el producto de sus bases es $h^2/2$, entonces la medida del ángulo formando por el plano del trapecio y el eje del cilindro es:

A) 30° B) 37° C) 45°
D) 53° E) 60°

70. Un bloque cuya superficie en un prisma cuadrangular cuya longitud de arista de la base es la mitad de la arista lateral es perforado por taladro cuya broca genera un agujero cilíndrico de 2 cm de diámetro. Si la arista básica del bloque es un congruente al diámetro del hueco y el eje de dicho agujero coincide con el punto de intersección de las diagonales del prisma. calcule el volumen restante del bloque (en cm^3).

A) $8 - \pi$ B) $4 - \pi$ C) $2(8 - \pi)$
D) $2(4 - \pi)$ E) $3(4 - \pi)$

71. En un cilindro oblicuo cuyo volumen es $45u^3$ y cuyo valor del producto del radio de la sección recta con su altura es $15u^2$ se ha trazado por el eje un plano. Halle la longitud del segmento que determina dicho plano en una base del cilindro (en u).

A) $\frac{4}{\pi}$ B) $\frac{5}{\pi}$ C) $\frac{6}{\pi}$
D) $\frac{7}{\pi}$ E) $\frac{8}{\pi}$

72. Hallar el área lateral de un cilindro recto sabiendo que el área de la sección determinada por un plano que contiene el eje es A.

A) $\pi A / 2$ B) $3\pi A / 2$ C) $\pi\sqrt{2}A$
D) πA E) $\pi\sqrt{3}A$

73. En un tronco de cilindro recto circunscrito a una esfera de radio R, el ángulo diedro entre los planos de sus bases mide 60° , entonces su volumen es:

A) $2\pi R^3$ B) $2\pi(\sqrt{3} + 1)R^3$
C) $\pi(\sqrt{3} - 1)R^3$
D) $3\pi R^3$ E) $2\sqrt{3}\pi R^3$

74. Sea AB una generatriz recto cilindro de revolución y M un punto de la generatriz diametralmente opuesta, tal que: $m\angle AMB = 90^\circ$. Si $MA = a$, $MB = b$, entonces el área lateral del cilindro es:
- A) πab B) $2\pi ab$ C) $3\pi ab$
D) $4\pi ab$ E) $6\pi ab$
75. En un cilindro de revolución, el área de la superficie lateral es S_1 y el área de una de sus bases es S_2 , entonces su volumen es:
- A) $\frac{S_1\sqrt{S_2}}{2\sqrt{\pi}}$ B) $\frac{S_2\sqrt{S_1}}{2\pi}$ C) $\frac{S_1 S_2}{\pi}$
D) $\frac{S_1 S_2 (S_1 + S_2)}{\sqrt{2}\pi}$ E) $\frac{S_1 S_2}{\sqrt{2}\pi}$
76. En un octaedro regular E-ABCD-F se inscribe un cilindro de modo que sus bases estén contenido en dos caras opuestas del tetraedro. Si la arista del octaedro es L entonces el volumen del tronco de cilindro determinado en el plano BED es:
- A) $\frac{L^3 \pi}{6\sqrt{6}}$ B) $\frac{L^3 \pi}{12\sqrt{6}}$ C) $\frac{L^3 \pi}{3\sqrt{6}}$
D) $\frac{L^3 \pi}{2\sqrt{6}}$ E) $\frac{L^3 \pi}{2\sqrt{2}}$
77. Un tronco de cilindro recto esta circunscrito a una esfera de radio R, si los planos de las bases determinan un ángulo diedro cuya medida es 45° . Calcule el volumen del tronco de cilindro (en u^3)
- A) $\pi R^3 \sqrt{2}$ B) $\pi R^3 (\sqrt{3} - 1)$
C) $\pi R^3 (\sqrt{3} + 1)$
D) $\pi R^3 (\sqrt{2} - 1)$ E) $\pi R^3 (\sqrt{2} + 1)$
78. Las bases de un tronco de cilindro oblicuo son regiones elípticas congruentes cuyos ejes mayores miden a $\sqrt{2}u$. Si estas bases están contenidas en planos perpendiculares y la generatriz menor del tronco mide también a $\sqrt{2}u$, calcule el volumen de este sólido.
- A) $\frac{\pi a^3}{4} (1 + \sqrt{2})$ B) $\frac{2\pi a^3}{3} (1 + \sqrt{3})$
C) $\frac{1}{3} \pi a^3 (2 - \sqrt{2})$
D) $\frac{2}{3} \pi a^3 (\sqrt{3} - 1)$ E) $\frac{3}{4} \pi a^3 (\sqrt{2} - 1)$
79. Se tiene una pirámide V-ABC se traza la altura $\overline{VH}$ donde $H \in \overline{AB}$ ($AH = HB$) de manera que $AV = VB = VC$, se ubica el punto medio M de $\overline{VH}$, se construye un cilindro de revolución donde $\overline{MH}$ es la generatriz y $\overline{MN}$ es el diámetro, $N \in VC$, la base del cilindro está contenida en (ABC). Si el volumen de la pirámide es V_0 . Calcule el volumen del sólido cilíndrico (en u^3).
- A) $\frac{2}{33} V_0 \pi$ B) $\frac{3}{34} V_0 \pi$ C) $\frac{3}{32} V_0 \pi$
D) $\frac{4}{33} V_0 \pi$ E) $\frac{5}{33} V_0 \pi$
80. Se tiene un cilindro de revolución inscrito en un tetraedro regular cuya arista mide a, si una base del cilindro está inscrita en una sección que pasa por los puntos medios de tres aristas congruentes. calcule el volumen del cilindro.
- A) $\frac{\pi a^3}{144} \sqrt{6}$ B) $\frac{\pi a^3}{288} \sqrt{6}$ C) $\frac{\pi a^3}{48} \sqrt{2}$
D) $\frac{\pi a^3}{72} \sqrt{6}$ E) $\frac{\pi a^3}{84} \sqrt{6}$

81. Se tiene un tronco de cilindro de revolución de generatriz menor igual a 3cm circunscrito a una esfera con diámetro 4cm, cuál es el volumen del tronco de cilindro (en cm^3).

A) 12π B) 14π C) 16π
D) 18π E) 24π

82. Calcular los radios de las bases de un tronco de cono recto de altura 3u. Generatriz 5u y volumen $31\pi u^3$.

A) 5u y 1u B) 5u y 2u C) 6u y 1u
D) 6u y 2u E) 7u y 1u

83. La generatriz g de un tronco de cono recto forma un ángulo de 60° con la base inferior y es perpendicular a la recta que une su extremo superior con el extremo inferior de la generatriz opuesto. Halle el área lateral del tronco de cono.

A) πg^2 B) $\frac{2}{3}\pi g^2$ C) $\frac{3}{2}\pi g^2$
D) $\frac{5}{2}\pi g^2$ E) $\frac{1}{2}\pi g^2$

84. En un cono recto, su generatriz mide 18u, su desarrollo es un sector circular de 120° , un punto A situado en su directriz, hallar la longitud del camino más corto para partir de A, recorrer su área lateral y llegar al mismo punto.

A) $18\sqrt{2}$ B) $18\sqrt{3}$ C) $9\sqrt{2}$
D) $9\sqrt{3}$ E) $36\sqrt{3}$

85. Se tiene un cono recto de 3m de radio y 6m de altura de vértice S. Desde un punto A ubicado en el plano de la base y a $2\sqrt{6}$ m del centro se trazan dos rectas tangentes a la circunferencia de la base AB y AC, halle la medida del ángulo diedro B-AS-C.

A) 90° B) 60° C) 75°
D) 30° E) 45°

86. Los radios de las bases de un tronco de cono recto son $R=5$, $r=2$, cuál debe ser la altura para que la superficie lateral sea igual a la suma de las superficies de las bases.

A) $5/7u$ B) $10/7u$ C) $15/7u$
D) $17/7u$ E) $20/7u$

87. En un cono de revolución la distancia del centro de la base a una generatriz es a unidades y el ángulo entre dos generatrices diametralmente opuestas mide 0° . Calcule el área lateral del cono.

A) $\pi a^2 \csc \theta$
B) $\pi a^2 \csc(\theta/2) \sec(\theta/2)$
C) $2\pi a^2 \csc \theta \sec(\theta/2)$
D) $2\pi a^2 \sec \theta \cos(\theta/2)$
E) $2\pi a^2 \csc \theta \sec \theta \csc(\theta/2)$

88. Dado un tronco de cilindro de revolución cuyo radio de base mide R, con generatriz mayor y menor de 3R y R, se inscribe un cono de revolución donde su vértice es el centro de la base mayor del tronco de cilindro. Halle el volumen del cono.

A) $\frac{\pi R^3}{3}$ B) $\frac{2\pi R^3}{5}$ C) $\frac{2\pi R^3}{3}$
D) $\frac{\pi R^3}{4}$ E) $\frac{2\pi R^3}{7}$

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 11

89. Se tiene un cono recto cuya arista mide 2m y el radio de la base 1m. En el plano que contiene a la base se considera un punto P debe el cual se traza las tangentes PM y PN a la base del cono. Calcule la medida del diedro determinado por los planos VPM y VPn, siendo V el vértice del cono y sabiendo que la distancia del centro de la base al punto P mide 4m.
- A) 120° B) 90° C) 76°
D) 60° E) 45°
90. Se tiene un cono de revolución cuyo radio de la base mide r, inscrita en una esfera de radio R. Entonces el mínimo volumen del cono inscrito es:
- A) $\frac{\pi}{3} r^2 (2R - \sqrt{R^2 - r^2})$
B) $\frac{\pi}{3} r^2 \sqrt{R^2 - r^2}$
C) $\frac{\pi}{3} r^2 (R + \sqrt{R^2 - r^2})$
D) $\frac{\pi}{3} r^2 (R - \sqrt{R^2 - r^2})$
E) $\frac{\pi}{3} r^2 (2R + \sqrt{R^2 - r^2})$
91. En un cono de revolución, de generatriz g, está inscrito un cilindro cuya superficie total es equivalente a la superficie lateral del cono. El ángulo entre las generatrices del cono en su sección axial mide 90° . Calcule la distancia entre el vértice del cono y la base superior del cilindro.
- A) $g \frac{\sqrt{3}}{5}$ B) $g \frac{\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{g}{2}$
D) $2g \frac{\sqrt{2}}{5}$ E) $\frac{2g}{3}$
92. En una pirámide rectangular, cuya base es una región triangular equilátera, de altura igual al radio de la circunferencia circunscrita a la base. A una distancia igual al radio de la circunferencia inscrita a la base, se traza un plano paralelo a la base, calcule el volumen del tronco de pirámide en función al circunradio R de la base.
- A) $\frac{7}{32} \sqrt{3} R^3$ B) $\frac{5}{32} \sqrt{3} R^3$ C) $\frac{7}{32} R^3$
D) $\frac{\pi R^3}{4}$ E) $\frac{2\pi R^3}{7}$
93. En un cono equilátero se inscribe un cilindro equilátero en el cual una de las bases del cilindro se encuentra en la base del cono. Calcule la razón de volúmenes del cono y el cilindro.
- A) $\left(\frac{11\sqrt{3} + 20}{9} \right)$ B) $\left(\frac{10\sqrt{3} + 18}{7} \right)$
C) $\left(\frac{12\sqrt{3} + 7}{5} \right)$
D) $\left(\frac{11\sqrt{3} + 18}{9} \right)$ E) $\left(\frac{11\sqrt{3} + 15}{9} \right)$
94. En un cono circular recto se dan el área de la base S_1 y el área de la superficie lateral S_2 . Calcule el radio de la esfera inscrita en el cono.
- A) $\sqrt{\frac{S_1(S_2 - S_1)}{\pi(S_2 + S_1)}}$ B) $\sqrt{\frac{S_2(S_2 - S_1)}{\pi(S_2 + S_1)}}$
C) $\sqrt{\frac{S_1(S_2 + S_1)}{\pi(S_2 - S_1)}}$
D) $\sqrt{\frac{S_1(S_2 - S_1)}{2\pi(S_2 + S_1)}}$ E) $\sqrt{\frac{S_2(S_2 + S_1)}{\pi(S_2 - S_1)}}$

95. Se tiene un cono circular oblicuo de altura h y eje de longitud $3h$. Si el pie de la altura es el punto H que se encuentra en un diámetro de la base $\overline{AB}$ tal que $AH = 3HB$, entonces el volumen del sólido limitado por el cono es:

A) $\frac{32}{3}\pi h^3$ B) $\frac{32}{5}\pi h^3$ C) $\frac{10}{3}\pi h^3$
D) $\frac{13}{3}\pi h^3$ E) $\frac{1}{2}\pi h^3$

96. Halle las dimensiones del cilindro recto de mayor volumen inscrito en un cono circular recto de radio de base R y altura H .

A) $\frac{R}{3}; \frac{2H}{3}$ B) $\frac{2R}{3}; \frac{H}{3}$ C) $\frac{2R}{3}; \frac{H}{2}$
D) $\frac{R}{4}; \frac{H}{2}$ E) $\frac{R}{3}; \frac{3}{2}H$

97. Calcule el área de la superficie lateral máxima de un tronco de cono circule recto, si el perímetro de su sección axial es k .

A) $\frac{\pi k^2}{2}$ B) $\frac{\pi k^2}{8}$ C) $\frac{8\pi k^2}{5}$
D) πk^2 E) $\frac{\pi k^2}{16}$

98. Sea un tronco recto de altura H y radios R y r . Halle el volumen del sólido limitado por la intersección de los conos cuyos vértices son los centros de las bases.

A) $\frac{\pi H}{3} \left(\frac{Rr}{R+r} \right)^2$ B) $\frac{\pi H}{3} \left(\frac{Rr}{R-r} \right)^2$
C) $\frac{\pi H}{3} \left(\frac{2Rr}{R+r} \right)^2$
D) $\frac{\pi H}{3} \left(\frac{2Rr}{R-r} \right)^2$ E) $\frac{\pi H^2}{3} \left(\frac{Rr}{R-r} \right)$

99. Un triángulo rectángulo, cuyo ángulo agudo mide β , limita una región que al girar alrededor del cateto opuesto a β genera un cono, cuyo desarrollo de su superficie lateral tiene un ángulo que mide θ . Calcule θ en función de β .

A) β B) $\frac{\beta}{2}$ C) $\frac{3\beta}{2}$
D) $360^\circ \sin \beta$ E) $360^\circ \cos \beta$

100. Sobre una sección paralela a la base de un cono de revolución se dibuja un cilindro de revolución cuya base superior contiene al vértice del cono. Si la altura de este cono mide H , calcular la altura del cilindro para que éste sea equivalente al tronco de cono determinado por la sección paralela a la base.

A) $\frac{H\sqrt[3]{3}}{3}$ B) $\frac{H\sqrt[3]{4}}{4}$ C) $\frac{H\sqrt[3]{2}}{2}$
D) $\frac{H\sqrt[3]{2}}{4}$ E) $\frac{H\sqrt[3]{3}}{6}$



CLAVES

1	A
2	E
3	B
4	C
5	B
6	C
7	E
8	B
9	E
10	B
11	D
12	A
13	D
14	A
15	A
16	A
17	D
18	B
19	A
20	C
21	C
22	E
23	A
24	D
25	B

26	B
27	D
28	C
29	B
30	C
31	C
32	D
33	D
34	C
35	B
36	B
37	C
38	C
39	A
40	D
41	B
42	A
43	E
44	D
45	B
46	D
47	D
48	D
49	D
50	C

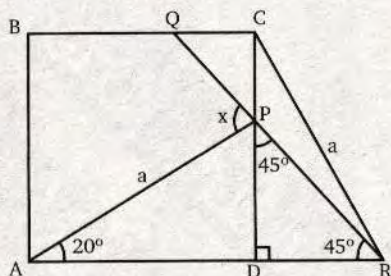
51	A
52	D
53	A
54	D
55	B
56	E
57	D
58	A
59	E
60	C
61	D
62	B
63	C
64	B
65	E
66	A
67	B
68	B
69	C
70	C
71	C
72	D
73	D
74	A
75	A

76	B
77	E
78	A
79	C
80	B
81	D
82	A
83	C
84	B
85	A
86	E
87	C
88	C
89	A
90	C
91	B
92	A
93	E
94	A
95	B
96	C
97	E
98	C
99	C
100	D

EXÁMENES DE ADMISIÓN UNIV. - UNMSM

UNI - 2010 - II

PROBLEMA 01: En un cuadrado ABCD se prolonga el lado AD hasta el punto R. Desde un punto Q de BC se traza QR que interseca a CD en P. Determine la medida del ángulo APQ si $PA=CR$ y $m\angle PAR=20^\circ$.

A) 55° B) 60° C) 65° D) 70° E) 75° **Resolución:**De la figura: $\triangle ADP \cong \triangle CDR$

Luego

 $DP = DR$

Entonces

 $m\angle PRD = 45^\circ$ $\triangle APR$ $x = 45^\circ + 20^\circ$ $x = 65^\circ$ **Rpta.: C**

PROBLEMA 02: En el paralelogramo ABCD se tiene $AB=6$ m y $BC=8$ m. Se traza la bisectriz interior del ángulo A la cual interseca a $\overline{BC}$ en E y a la prolongación de $\overline{DC}$ en F, desde M, punto medio de EF, se traza un rayo paralelo a $\overline{CD}$ que interseca al segmento $\overline{AD}$ en N. Determine MN (en m).

A) 6

B) 7

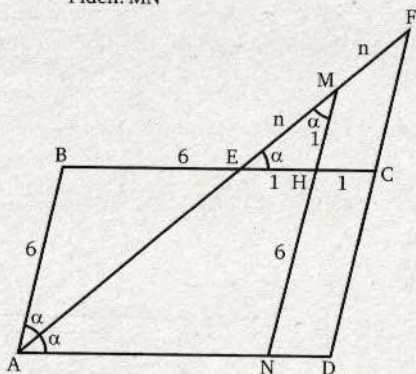
C) 8

D) 9

E) 10

Resolución:

Piden: MN



Del dato, AE es bisectriz del $\angle BAD$, entonces

$$m\angle BAE = m\angle EAD = \alpha.$$

Además, $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$, entonces

$$m\angle AEB = m\angle EAD = \alpha.$$

Luego

$\triangle ABE$ isósceles, $AB = BE = 6$ y $EC = 2$

También M es punto medio de EF y $\overline{MN} \parallel \overline{FD}$

Entonces, $EH = HC = 1$

Además, $\triangle EHM$ es isósceles, entonces

$EH = HM$ y $\square ABHN$ es un paralelogramo,

entonces: $AB = HN = 6$

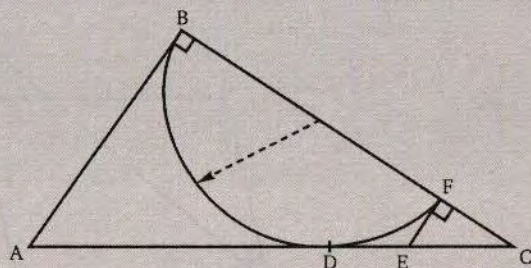
Finalmente, $MN = MH + HN$

Reemplazando

$$\therefore MN = 7$$

Rpta.: A

PROBLEMA 03: En la figura, se tiene una semicircunferencia con diámetro $\overline{BF}$, donde D es punto de tangencia. Si $AD = 3\text{cm}$, $EC = 2\text{cm}$. Calcule AC (en cm).



A) 6,0

B) 6,4

C) 6,8

D) 7,2

E) 7,6

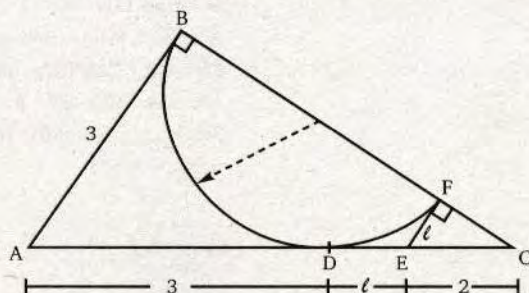
Resolución:

Piden: $DE = \ell$

Al tener los puntos de tangencia B, F y D, se cumple que:

$AD = AB = 3$

$DE = EF = \ell$



Luego

$\triangle ABC \sim \triangle EFC$

$$\frac{3}{5 + \ell} = \frac{\ell}{2}$$

$$6 = \underbrace{\ell(5 + \ell)}_1$$

Entonces, $\ell = 1$

$\therefore AC = 6$

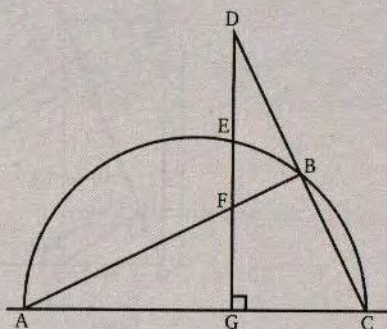
Rpta.: A

$$\therefore SC = 7\text{m} = 7\left(\frac{3}{4}\sqrt{2}\right) = \frac{21}{4}\sqrt{2}$$

La proyección de BC sobre DC es $\frac{21}{4}\sqrt{2}$.

Rpta.: A

PROBLEMA 05: La figura muestra un semicircunferencia donde $GF=9\text{m}$ y $FD=7\text{m}$. Calcule la longitud del segmento FE en metros.



A) 1

B) 2

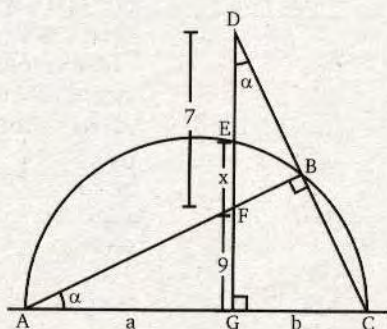
C) 3

D) 4

E) 5

Resolución:

Sean: $AG = a$ y $GC = b$



Como $m\angle BAC = m\angle GDC$

$\triangle AGF \sim \triangle DGC$:

$$\frac{a}{16} = \frac{9}{b} \rightarrow ab = 9(16) \quad (I)$$

Para la circunferencia:

$$(x+9)^2 = ab, \text{ entonces,}$$

$$(x+9)^2 = 9(16)$$

$$x = 3$$

Rpta.: C

PROBLEMA 06: Sea el hexágono regular ABCDEF inscrito en una circunferencia, sobre $\widehat{DE}$ se ubica el punto T, se trazan los segmentos AT y DF que se cortan en el punto M, siendo M el punto medio de DE. Si $MT = 3\text{cm}$, determine (en cm) el valor del apotema del hexágono.

A) $\sqrt{19}$

B) $\sqrt{21}$

C) $\sqrt{23}$

D) $\sqrt{24}$

E) $\sqrt{27}$

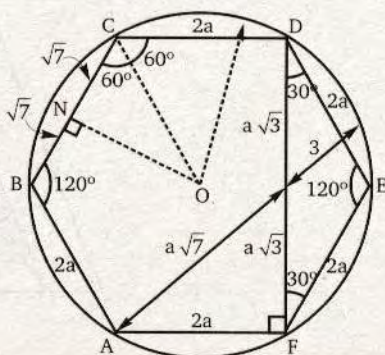
Resolución:

Piden el apotema del hexágono regular ABCDEF = x

Dato:

- $TM = 3$

- M es punto medio $\widehat{DE}$.



Sea la longitud del lado del hexágono igual a $2a$.

En el triángulo isósceles DEF $m\angle DEF = 120^\circ$,
entonces $DF = 2a\sqrt{3}$; pero M es punto medio de DE ,
por lo tanto, $DM = MF = a\sqrt{3}$

En el $\triangle AFM$: teorema de Pitágoras,

$$(AM)^2 = (2a)^2 + (a\sqrt{3})^2, AM = a\sqrt{7}$$

Por el teorema de las cuerdas,

$$(a\sqrt{3})(a\sqrt{3}) = (a\sqrt{7})(3), a = \sqrt{7}$$

Finalmente, en el $\triangle ONC$: notable 30° y 60° ,

$$CN = \sqrt{7}$$

$$\therefore x = \sqrt{21}$$

Rpta.: B

PROBLEMA 07: Un triángulo isósceles ABC encierra una región de 16m^2 de área. Por B se traza la altura la altura $\overline{BH}$ relativa al lado desigual $\overline{AC}$. Entonces el área (en m^2) de la región triangular formada al unir los puntos medios de $\overline{AH}$, $\overline{BH}$ y $\overline{BC}$ es:

A) 1

B) 2

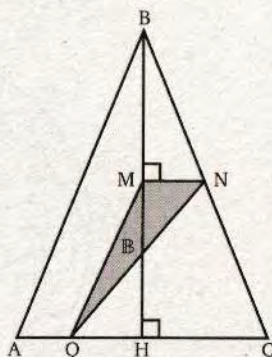
C) 3

D) 4

E) 5

Resolución:

Piden: $A_{\triangle MNQ} = ?$



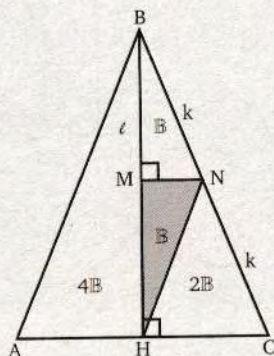
Al ser M y N puntos medios de $\overline{BH}$ y $\overline{BC}$,
respectivamente, se cumple

$$\overline{MN} \parallel \overline{AC}$$

Entonces:

$$\text{Piden } A_{\triangle MNQ} = A_{\triangle MNH} = B$$

Luego por relación de áreas:



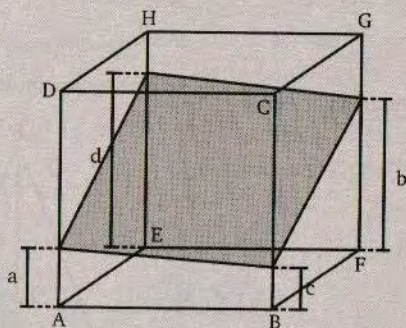
$$A_{\triangle ABC} = 8B = 16$$

$$\text{Entonces } B = 2$$

$$\therefore A_{\triangle MNQ} = 2$$

Rpta.: B

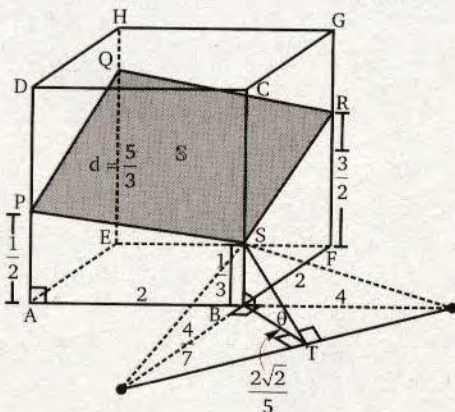
PROBLEMA 08: Se tiene el cubo ABCDEFGH de arista 2cm. Se construye el cuadrilátero achurado como se muestra en la figura, tal que su área es:



- A) 4,64 B) 5,34 C) 6,14
D) 6,64 E) 7,54

Resolución:

Piden: S
Del gráfico

 $\triangle PAN \sim \triangle SBN:$

$$\frac{BN}{BN + 2} = \frac{1/3}{1/2}$$

$$\rightarrow \text{BN} = 4$$

$$\triangle MBS \sim \triangle MFR:$$

$$\frac{MB}{MB+2} = \frac{1/3}{3/2}$$

$$\rightarrow MB = \frac{4}{7}$$

$$\triangle MBN:$$

$$\frac{1}{(BT)^2} = \frac{1}{4^2} + \frac{1}{\left(\frac{4}{7}\right)^2}$$

$$\rightarrow BT = \frac{2\sqrt{2}}{5}$$

$$\triangle SBT:$$

$$(ST)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{2}}{5}\right)^2$$

$$\rightarrow ST = \frac{\sqrt{97}}{15}$$

$$A_{BAEF} = A_{SPQR} \cdot \cos \theta$$

$$2^2 = S \cdot \left(\frac{\frac{2\sqrt{2}}{5}}{\frac{\sqrt{97}}{15}} \right)$$

$$S = \frac{\sqrt{194}}{3}$$

$$\therefore S = 4,64$$

Rpta.: A

LIBROS



RESÚMENES TEÓRICOS



TEMAS SELECTOS





T. S.	TEMA
1	Segmentos - Ángulos
2	Triángulos (Propiedades, Clasificación, Congruencia y Aplic.)
3	Cuadriláteros - Polígonos
4	Circunferencia (Propiedades, ángulos de la circunferencia, cuadriláteros inscrito e inscriptible, posiciones relativas)
5	Proporcionalidad y Semejanza Triángulos - R. M. Circunferencia
6	Relaciones Métricas en Triángulos y en Cuadriláteros
7	Áreas (Triangulares - Cuadrangulares y Circulares)
8	Rectas y Planos - Diedros y Triedros
9	Poliedros y Poliedros Regulares
10	Prisma - Pirámide
11	Cilindro - Cono
12	Esfera - Teorema de Pappus
13	Polígonos Regulares - Simetría - Longitud de la Circunferencia
14	Conjuntos Convexos

Teléfonos: 424 - 6350

992 - 796104

/ fondoeditorialrodo

editorialrodo@gmail.com